

106年協助縣市辦理學生學習能力檢測

數學八年級施測結果報告



測驗及評量研究中心

中華民國 106 年 9 月

摘 要

本次學力檢測之調查母群體為 106 年臺灣地區九縣市之八年級學生，有效作答 39,957 人，缺考率 2.47%。學力檢測工具為「學力檢測數學科測驗」，評量架構是以八年級九年一貫課程綱要能力指標為基礎，搭配概念理解、程序執行、邏輯推理、解數學文字及解數學情境五個認知向度組成，用來測量八年級學生的數學科學習表現，共 26 題選擇題及 4 題選填題。本報告內容包含數學評量架構說明、試題品質與教學建議，研究團隊分析每道試題欲評量的核心概念及學生錯誤選答的可能原因，期望從錯誤的可能原因中讓老師瞭解學生狀況，並附上教學建議以期給予教學現場的老師們實質上的幫助。本次學力檢測有一些題目高分組與低分組的學生在作答反應上卻有非常大的落差，或是全體學生均表現不佳的題目，教師教學上宜特別注意「多項式計算過程的概念問題」、「運用等量公理或移項法則」、「有、無附圖形的幾何問題」、「連比類型的問題」等教學。

目錄

壹、背景與目的.....	1
一、背景.....	1
二、目的.....	1
貳、參與縣市與檢測規模.....	2
參、八年級檢測對象與檢測工具.....	4
一、對象.....	4
二、不同都市化程度之區域數學學力表現	6
肆、試題彙編.....	7
一、評量架構.....	7
二、檢測認知向度	9
三、試題參數名詞解釋	9
伍、數學科試題解析與教學建議.....	10
陸、學生學習表現在各認知向度分析	79
附錄：八年級數學科正式卷	88

壹、背景與目的

一、背景

教育部為協助各縣市其學生學習能力檢測之測驗標準化，乃於民國 98 年委請國家教育研究院所屬之「臺灣學生學習成就評量資料庫」團隊，規劃協助縣市辦理學生學力檢測計畫（以下簡稱學力檢測），並自民國 99 年至 100 年期間進行國小四年級國語文與數學兩科目之施測。102 年至 104 年則改以國小五年級學生為檢測對象，檢測科目仍維持國語文與數學兩科目。105 年則將檢測對象向下延伸至國小二、三年級，施測科目也從國語文和數學兩科，增加五年級英語科。105 年同時小規模試辦國中七、八年級國語文閱讀、數學及英語閱讀和共同問卷施測。

106 年學力檢測的對象包含國小二年級、三年級、五年級和國中七年級、八年級，科目涵蓋國語文、英語文和數學，採取縣市政府與國教院合作之模式，完成試題研發、資料收集與資料分析之程序，根據施測結果完成此份成果報告，期能提供參與之縣市教學建議參考依據。

二、目的

1. 協助各縣市其學生學習能力檢測之測驗標準化，並鼓勵各縣市培育評量專長團隊，提昇縣市教師命題專業知能。
2. 縣市策略結盟縣市，降低各縣試題研發量，減少預試人數，減低縣市命題壓力及預試成本。
3. 依評量架構以聯合命題方式，建立參與縣市共同之標準化評量工具，提供具體且詳實之數據分析及試題內容解析與教學輔導建議資料。

貳、參與縣市與檢測規模

106 年 5 月 25 日進行參與縣市學力檢測，並進行國小段 2、3、5 年級及國中段 7、8 年級之試題研發，本次共計接獲 16 縣市委託辦理，各年級施測人數為：2 年級 48,766 人、3 年級 43,155 人、5 年級 140,379 人、7 年級 41,129 人、8 年級 40,966 人，整理如【表 2-1】。

【表 2-1：參與縣市各年級施測人數表】

縣市 \ 年級	二年級	三年級	五年級	七年級	八年級	總計
基隆市			2,825	3,115		5,940
新北市			33,057			33,057
桃園市	20,300	21,163	21,102	1,799	2,061	66,425
新竹市	4,448	4,583	4,301	4,239	4,499	22,070
新竹縣			5,750			5,750
苗栗縣	4,584	4,750	4,921	4,846	5,292	24,393
彰化縣	10,526		11,554	11,444	12,238	45,762
臺中市			24,865			24,865
南投縣	3,670	3,914	4,400	4,760	5,186	21,930
雲林縣	5,238	5,571	6,102	6,889	7,400	31,200
嘉義市			2,665			2,665
嘉義縣		3,174	3,711			6,885
臺南市			14,370			14,370
花蓮縣				3,207	3,355	6,562
澎湖縣			663	773	832	2,268
連江縣			93	57	103	253
總計	48,766	43,155	140,379	41,129	40,966	314,395

各年級數學科施測人數為：3 年級 42,258 人、5 年級 137,835 人、7 年級 40,267 人、8 年級 39,957 人，整理如【表 2-2】。

【表 2-2：縣市數學科各年級施測人數表】

年級 縣市	3 年級	5 年級	7 年級	8 年級	總計
花蓮縣			3,108	3,253	6,361
南投縣	3,832	4,303	4,672	5,034	17,841
苗栗縣	4,570	4,744	4,768	5,181	19,263
桃園市	20,753	20,718	1,756	2,000	45,227
基隆市		2,788	3,019		5,807
連江縣		93	53	102	248
雲林縣	5,467	6,007	6,737	7,251	25,462
新北市		32,256			32,256
新竹市	4,462	4,193	4,141	4,364	17,160
新竹縣		5,637			5,637
嘉義市		2,627			2,627
嘉義縣	3,174	3,711			6,885
彰化縣		11,477	11,260	11,957	34,694
臺中市		24,419			24,419
臺南市		14,214			14,214
澎湖縣		648	753	815	2,216
總計	42,258	137,835	40,267	39,957	260,317

參、八年級檢測對象與檢測工具

一、對象

本次學力檢測之調查母體為 105 年度臺灣地區九縣市之八年級學生，全為普測，有效作答 39,957 人，缺考率 2.47%。其就讀學校所處地區之都市化程度分布，乃依據侯佩君、杜素豪、廖培珊、洪永泰、章英華（2008）針對臺灣鄉鎮市區類型之研究的分類，將臺灣地區鄉鎮區分為以下七個集群：

1. 都會核心：此集群的人口密度、專科及以上教育人口百分比、十五至六十四歲人口百分比及服務業人口百分比都最高。
2. 工商市區：此集群的人口密度、專科及以上教育人口百分比、十五至六十四歲人口百分比及服務業人口百分比都僅次於都會核心，但相較於其他集群，仍是屬於商業高度發展的地區。
3. 新興市鎮：此集群的服務業人口百分比、十五至六十四歲人口百分比、專科及以上教育人口百分比及人口密度都屬第三高，且工業人口百分比也特別明顯高於前兩個集群，而僅次於第四個集群，顯示此集群不僅具有活絡的工業生產活動，同時也擁有足夠的商業服務與相關工作能力的人來發展該項產業。
4. 傳統產業市鎮：在此集群中，舉凡服務業就業人口、居住人口密度、十五至六十四歲人口百分比及居民教育程度等四項，皆次於前三個集群，惟工業人口百分比與六十五歲及以上人口百分比高於前三個集群。換言之，在這集群所屬的鄉鎮市區中，礙於就業人口的供給較低及為數不少的老年居民，其整體發展程度遠不如前幾個集群，而造成這些鄉鎮市區僅能固守既有的傳統產業。
5. 低度發展鄉鎮：這個集群的特性是工商服務業的就業人口少、老年人口偏多、教育程度偏低，沒有明顯的工商業活動與發展。
6. 高齡化鄉鎮：高齡化人口眾多為此集群特色，而伴隨著眾多老年人口的另一個特色，則為十五至六十四歲人口百分比在七個集群的排名最低。在這兩個條件的交互影響下，舉凡與工商服務業相關的屬性因子，在此集群中都排名較低，同時此集群也具有較低的人口密度與教育程度。
7. 偏遠鄉鎮：工商業發展水平相當低度，且存有最低層級的教育程度及人數稀少的居民。

【表 3-1：臺灣地區與參與學力檢測學校所處地區之都市化程度】

都市化程度	臺灣地區國中校數（％）		參與檢測校數（％）		參與檢測人數（％）	
都會核心	128	13.62%	—	—	—	—
工商市區	224	23.83%	24	11.0%	6480	16.2%
新興市鎮	219	23.30%	46	21.0%	14255	35.7%
傳統產業市鎮	95	10.11%	28	12.8%	5913	14.8%
低度發展鄉鎮	181	19.26%	89	40.6%	11485	28.7%
高齡化鄉鎮	61	6.49%	25	11.4%	1646	4.1%
偏遠鄉鎮	32	3.40%	7	3.2%	178	.4%
總數	940（100％）		219（100％）		39,957（100％）	

由錯誤! 找不到參照來源。]可知，此次參加數學學力檢測學校所處地區之都市化程度分布，和臺灣地區學校分布相較，有所差異。「工商市區」、「新興市鎮」及「偏遠鄉鎮」三群均低於臺灣地區學校分布百分比，「傳統產業市鎮」、「低度發展鄉鎮」及「高齡化鄉鎮」三群則高於臺灣地區學校分布百分比。

二、不同都市化程度之區域數學學力表現

由表【3-2】可知，學校所處地區不同都市化程度之數學學力是以「工商市區」和「新興市鎮」較高，能力值平均數分別是 0.311 和 0.140；整體數學學力能力最低的是「偏遠鄉鎮」－0.973。

【表 3-2 不同都市化程度之國中八年級數學表現】

	八年級數學學力		
	<i>N</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>
整體	39957	0.016	1.367
都會核心	—	—	—
工商市區	6480	0.311	1.455
新興市鎮	14255	0.140	1.369
傳統產業市鎮	5913	-0.127	1.304
低度發展鄉鎮	11485	-0.148	1.326
高齡化鄉鎮	1646	-0.452	1.117
偏遠鄉鎮	178	-0.973	0.924

註：*N* 代表人數，*M* 代表平均數，是使用試題反應理論所計算出來的分數，*SD* 代表標準差

肆、試題彙編

一、評量架構

本次學力檢測以 97 年版課程綱要為命題架構，由【表 4-1】可知，數學科共有 30 題，其中數與量的主題共有 9 題（含概念理解 4 題、程序執行 2 題、邏輯推理 1 題、解數學文字題 1 題、解情境文字題 1 題）、代數的主題共有 14 題（含概念理解 2 題、程序執行 6 題、邏輯推理 1 題、解數學文字題 3 題、解情境文字題 2 題）。幾何的主題共有 7 題（含概念理解 2 題、程序執行 1 題、邏輯推理 2 題、解數學文字題 2 題、解情境文字題 0 題）

【表 4-1：檢測評量向度與題目分類細目表】

題號	知識向度	認知向度	97 課綱（分年細目）	答對率
1	數與量	概念理解	8-n-02 能求二次方根的近似值。	0.734
2	數與量	概念理解	8-n-04 能在日常生活中，觀察有次序的數列，並理解其規則性。	0.695
3	代數	概念理解	7-a-12 能在直角坐標平面上描繪常數函數及一次函數的圖形。	0.767
4	幾何	解數學文字題	8-s-02 能理解角的基本性質。	0.742
5	幾何	概念理解	8-s-06 能理解線對稱的意義，以及能應用到理解平面圖形的幾何性質。	0.772
6	代數	程序執行	7-a-18 能說明 $a \leq x \leq b$ 時 $y = cx + d$ 的範圍，並在數線上圖示。	0.651
7	幾何	概念理解	8-s-05 能理解平行的意義，平行線截線性質，以及平行線判別性質。	0.592
8	數與量	邏輯推理	7-n-05 能認識絕對值，並能利用絕對值比較負數的大小。	0.661
9	數與量	程序執行	8-n-03 能理解根式的化簡及四則運算。	0.623
10	代數	概念理解	7-a-12 能在直角坐標平面上描繪常數函數及一次函數的圖形。	0.613
11	代數	程序執行	8-a-01 能熟練二次式的乘法公式。	0.618
12	代數	程序執行	8-a-01 能熟練二次式的乘法公式。	0.635
13	幾何	邏輯推理	8-s-04 能認識垂直以及相關的概念。	0.586
14	數與量	概念理解	8-n-05 能觀察出等差數列的規則性，並能利用首項、公差計算出	0.544

			等差數列的一般項。	
15	數與量	概念理解	7-n-10 能理解指數為非負整數的次方，並能運用到算式中。	0.559
16	代數	程序執行	8-a-07 能利用提公因式法分解二次多項式。	0.457
17	代數	程序執行	7-a-08 能熟練使用代入消去法與加減消去法解二元一次方程式的解。	0.624
18	幾何	解數學文字題	8-s-12 能理解特殊的三角形。	0.367
19	數與量	程序執行	7-n-12 能用科學記號表示法表達很大的數或很小的數。	0.507
20	代數	解數學文字題	7-a-13 能在直角坐標平面上描繪二元一次方程式的圖形。	0.359
21	代數	解情境文字題	7-a-07 能理解二元一次聯立方程式，及其解的意義，並能由具體情境中列出二元一次聯立方程式。	0.387
22	代數	解數學文字題	7-a-14 能理解二元一次聯立方程式解的幾何意義。	0.434
23	代數	邏輯推理	8-a-10 能利用因式分解來解一元二次方程式。	0.483
24	幾何	程序執行	8-s-09 能熟練直角坐標上任兩點的距離公式。	0.343
25	代數	解數學文字題	7-n-05 能認識絕對值，並能利用絕對值比較負數的大小。	0.489
26	代數	程序執行	8-a-04 能熟練多項式的加、減、乘、除四則運算。	0.259
A	數與量	解數學文字題	8-n-05 能觀察出等差數列的規則性，並能利用首項、公差計算出等差數列的一般項。	0.589
B	數與量	解情境文字題	7-n-15 能理解連比、連比例式的意義，並能解決生活中有關連比例的問題。	0.414
C	幾何	邏輯推理	8-s-11 能認識尺規作圖並能做基本的尺規作圖。	0.524
D	代數	解情境文字題	8-a-05 能理解畢氏定理 (Pythagorean Theorem) 及其應用。(同 8-s-08)	0.36

二、檢測認知向度

學力檢測依據以下五個認知向度為基礎，各認知向度詳細定義如【表 4-2】

【表 4-2 學力檢測試題認知向度說明】

認知領域	操作型定義
概念理解	指數學內容的概念性知識，評量概念理解的試題，是測驗學生是否具備數學基本概念，要求作答者將腦中的記憶知識應用出來做判斷。能理解、指認題目中相關的符號、圖表、公式及原理，並能比較、對照並統整相關概念與原理來延伸概念與原理的性質。
程序執行	評量程序執行的試題，是測驗學生是否「知道要如何完成數學運算」的數學知識，包括操作數與符號的運算、幾何構圖的執行及估計、正確選擇適當的程序、能判別或判斷算式或符號運用方法過程的正確性或適切性，並運用不同的數學邏輯有效解決數學問題。
邏輯推理	測驗學生是否能使用邏輯或運算規則和前提來推導出結論、由結論反推可能的前提、或是檢驗解題過程的有效性。
解數學文字題	數學文字題是以數學語言的方式來描述問題情境的數學問題(例如：甲、乙兩數和是多少?)，學生在解數學文字題時，除了必須對題目語意內容作解讀外，還需再將這些文字脈絡與數學運算符號連結，轉譯成數學算式表徵，然後執行運算。
解情境文字題	情境文字題是以日常生活語言的方式來描述問題情境的數學問題(例如：小華和小美的加起來是多少元?)，學生在解情境文字題時，除了必須對題目語意內容作解讀外，還需再將這些文字脈絡與數學運算符號連結，轉譯成數學算式表徵，然後執行運算。

三、試題參數名詞解釋

1. 選項率：指全體受測學生於此試題中選答各個選項的比例。
2. 高分組：指本測驗科目總分前 27% 學生，答對該試題人數百分比。
3. 低分組：指本測驗科目總分後 27% 學生，答對該試題人數百分比。
4. 通過率：試題的答對率。
5. 鑑別度：高分組的試題答對率－低分組的試題答對率。
0.40 以上：試題品質非常優良；
0.30~0.39：優良，但可能需要修改；
0.20~0.29：尚可，但通常需要修改；
0.19 以下：劣，需要淘汰或修改。
6. 難易度：(高分組的試題答對率＋低分組的試題答對率)÷2。

伍、數學科試題解析與教學建議

科別	年級						
數學	八年級						
題號	試題代碼				答案		
1					3		
題目	$\sqrt{67}$ 介於哪兩個連續整數之間？ ① 6、7 ② 7、8 ③ 8、9 ④ 9、10						
評量指標	8-n-02 能求二次方根的近似值。						
認知歷程向度	概念理解						
解題分析	正確答案③ 做法或理由：以十分逼近法計算： $\sqrt{64} < \sqrt{67} < \sqrt{81}$, $8 < \sqrt{67} < 9$, $8.1^2 = 65.61 < \sqrt{67} < 8.2^2 = 67.24$ ，則選 8.2 較接近						
古典理論 (CTT) 選項分析	選 項	1	2	3	4	其他	通過率： 0.734
	選項率	0.13	0.11	0.73	0.02	0	
	高分組	0	0.01	0.99	0	0	鑑別度： 0.583
	低分組	0.31	0.24	0.4	0.05	0	
試題品質 分析與建議	一、 試題分析 (一) 評量目標 1. 本題給定二次方根，要求學生找出此二次方根的近似值介於哪兩個連續整數之間，評量學生是否掌握二次方根的近似值。 2. 先備知識 97 課綱 8-n-01 能理解二次方根的意義及熟練二次方根的計算。 3. 延伸知識 97 課綱 8-n-03 能理解根式的化簡及四則運算。 8-a-02 能理解簡單根式的化簡及有理化。 (二) 難度、鑑別度 本題鑑別度為 0.583，試題品質非常優良；						

通過率為 0.734，難易度 0.694，試題難度屬於容易。

(三) 錯誤選項分析

錯誤選項 1：直接將題目中 $\sqrt{67}$ ，視為在 6、7 之間。

錯誤選項 2：將 $8^2=64$ 視為接近 $\sqrt{67}$ 的近似值。

錯誤選項 4：認為 $\sqrt{67}$ 的近似值應該大，因此選擇選項較大的兩個連續整數。

二、 作答結果分析

- (一) 本題正確答案為選項 3，通過率有 73%，高分組的通過率高達 99%，低分組也有 40% 的學生答對，不過低分組中仍有六成的同學無法判斷二次方根的近似值介於哪兩個連續整數之間。建議教師參考下面補救教學的建議，針對低分組學生進行補救教學。
- (二) 有 13% 的學生，尤其有 31% 的低分組學生選擇選項 1，這些學生無法判斷二次方根的近似值介於哪兩個連續整數之間，也可能僅以直覺將題目中 $\sqrt{67}$ ，視為在 6、7 之間。
- (三) 有 11% 的學生，尤其有 24% 的低分組學生選擇選項 2，這些學生無法判斷二次方根的近似值介於哪兩個連續整數之間。
- (四) 有 2% 的學生，即使是低分組也僅有 5% 的學生選擇選項 4，可以發現此選項誘答力低，選此選項的學生無法判斷二次方根的近似值介於哪兩個連續整數之間，甚至可能是用猜的。

三、 學習與教學建議

(一) 學習困難點

學生需理解二次方根的意義，並且瞭解當 $a>0$ 、 $b>0$ 時，若先知道 $a^2>b^2$ ， $a>b$ 。以本題為例，學生尚須知道或計算幾個正整數的平方，來協助判斷 67 在哪兩個正整數的平方之間。

(二) 教學建議

1. 多舉實例幫助學生察覺 $a^2>b^2$ ($a>0$ 、 $b>0$) $a>b$ 。

例如 $3 \times 3 > \sqrt{7} \times \sqrt{7}$ ，得到 $3 > \sqrt{7}$ ； $\sqrt{7} \times \sqrt{7} > 2 \times 2$ ，得到 $\sqrt{7} > 2$ 。

2. 因此就可以知道， $\sqrt{7}$ 介於 2 和 3 之間。

科別	年級						
數學	八年級						
題號	試題代碼				答案		
2					4		
題目	若一數列的第 n 項為 $1-3n$ ，則此數列的第 5 項為何？ ① -9 ② -11 ③ -12 ④ -14						
評量指標	8-n-04 能在日常生活中，觀察有次序的數列，並理解其規則性。						
認知歷程向度	概念理解						
古典理論 (CTT) 選項分析	選 項	1	2	3	4	其他	通過率： 0.695
	選項率	0.09	0.11	0.11	0.69	0	
	高分組	0.01	0.01	0.01	0.98	0	鑑別度： 0.648
	低分組	0.2	0.22	0.25	0.33	0	
試題品質 分析與建議	<p>一、 試題分析</p> <p>(一) 評量目標</p> <p>1. 本題給定某數列的第 n 項，要求學生找出計算出某一項的值，評量學生是否能從有次序的數列，理解其規則並找出某一項的值。</p> <p>2. 先備知識 97 課綱 7-a-02 能用符號算式記錄生活情境中的數學問題。</p> <p>3. 延伸知識 97 課綱 8-n-05 能觀察出等差數列的規則性，並能利用首項、公差計算出等差數列的一般項。 8-n-06 能理解等差級數求和的公式，並能解決生活中相關的問題。</p> <p>(二) 難度、鑑別度 本題鑑別度為 0.648，試題品質非常優良； 通過率為 0.695，難易度 0.655，試題難度屬於中等偏易。</p> <p>(三) 錯誤選項分析 錯誤選項 1：將第 n 項為 $1-3n$ 看成 $1-2n$，用 $n=5$ 代入求值。 錯誤選項 2：混淆等差數列的公式，以為求第 5 項需用 $n=4$ 代入求值。</p>						

錯誤選項 3：將第 n 項為 $1-3n$ 看成 $-3n$ ，又混淆等差數列的公式，以為求第 5 項需用 $n=4$ 代入求值。

二、 作答結果分析

- (一) 本題正確答案為選項 4，通過率有 69%，高分組的通過率高達 98%，低分組也有 33% 的學生答對，不過低分組中仍有約六成的同學無法由第 n 項的一般式透過代入得到某一項的值。建議教師參考下面補救教學的建議，針對低分組學生進行補救教學。
- (二) 有 9% 的學生，尤其有 20% 的低分組學生選擇選項 1，這些學生無法由第 n 項的一般式透過代入得到某一項的值，也可能將第 n 項為 $1-3n$ 看成 $1-2n$ ，用 $n=5$ 代入求值。
- (三) 有 11% 的學生，尤其有 22% 的低分組學生選擇選項 2，這些學生無法由第 n 項的一般式透過代入得到某一項的值，也可能混淆等差數列的公式，以為求第 5 項需用 $n=4$ 代入求值。
- (四) 有 11% 的學生，尤其低分組有 25% 的學生選擇選項 3，這些學生無法由第 n 項的一般式透過代入得到某一項的值，也可能將第 n 項為 $1-3n$ 看成 $-3n$ ，又混淆等差數列的公式，以為求第 5 項需用 $n=4$ 代入求值。

三、 學習與教學建議

(一) 學習困難點：

學生需認識數列的一般項表示法，並且理解第 n 項的 n 以所求項數的整數代入、即可得到第 n 項的值。以本題為例，學生可能會混淆等差數列第 n 項的公式 $a_n = a_1 + (n-1)d$ ，誤以為求第 n 項需代入 $n-1$ 的值。

(二) 教學建議：

1. 幫助學生透過觀察等差數列，得知該數列的首項及公差。
如：2，5，8，11...，即 $a_1 = 2$ ，公差就是任相鄰兩項，後項減去前項的差，即 $d = 3$ 。
2. 將每一項改寫成首項加上公差的倍數，並與項數對照，如：

	2	5	8	11	...
	↓	↓	↓	↓	
	$2+3 \times 0$	$2+3 \times 1$	$2+3 \times 2$	$2+3 \times 3$	
	↓	↓	↓	↓	
a_n	$2+3 \times (1-1)$	$2+3 \times (2-1)$	$2+3 \times (3-1)$	$2+3 \times (4-1)$...
n	1	2	3	4	...

	<p>3. 透過觀察，可以得到上述等差數列的第 n 項即為：</p> $a_n = 2 + 3 \times (n - 1) = -1 + 3n。$ <p>4. 再透過第 n 項 $a_n = -1 + 3n$，來觀察當：</p> <p>$n = 1$ 時，$a_1 = -1 + 3 \times 1 = 2$，為原數列的第 1 項，即首項；</p> <p>$n = 2$ 時，$a_2 = -1 + 3 \times 2 = 5$，為原數列的第 2 項；</p> <p>$n = 3$ 時，$a_3 = -1 + 3 \times 3 = 8$，為原數列的第 3 項；</p> <p>5. 因此當我們知道數列的第 n 項時，我們可以透過將 n 代入想要知道的項數，即可以求出此數列中的某一項。</p>
--	---

科別	年級						
數學	八年級						
題號	試題代碼				答案		
3					2		
題目	直角坐標平面中，下列哪一個點會在函數 $y=-4$ 的圖形上？ ① (0,4) ② (3,-4) ③ (4,0) ④ (-4,3)						
評量指標	7-a-12 能在直角坐標平面上描繪常數函數及一次函數的圖形。						
認知歷程向度	概念理解						
解題分析	正確答案② 做法或理由：由等量公理，移項得 $y=-4$ ，或 代入方法 $-4+4=0$ 判斷 y 座標位置，選項②符合						
古典理論 (CTT) 選項分析	選 項	1	2	3	4	其他	通過率： 0.767
	選項率	0.1	0.77	0.07	0.07	0	
	高分組	0.03	0.95	0.01	0.01	0	鑑別度： 0.426
	低分組	0.19	0.53	0.14	0.15	0	
試題品質 分析與建議	<p>一、 試題分析</p> <p>(一) 評量目標</p> <p>1. 本題給定常數函數，要求學生選出落在此函數圖形上的點坐標，評量學生是否掌握常數函數圖形上的點的意義。</p> <p>2. 先備知識 97 課綱</p> <p>7-a-11 能理解平面直角坐標系。</p> <p>7-a-13 能在直角坐標平面上描繪二元一次方程式的圖形。</p> <p>3. 延伸知識 97 課綱</p> <p>9-a-02 能描繪二次函數的圖形。</p> <p>(二) 難度、鑑別度</p> <p>本題鑑別度為 0.426，試題品質非常優良；</p> <p>通過率為 0.767，難易度 0.738，試題難度屬於簡易。</p> <p>(三) 錯誤選項分析</p> <p>錯誤選項 1：誤將題目中的函數 $y=-4$ 看成 $y=4$，因此選擇 y 坐</p>						

標為 4 的點 $(0, 4)$ 。

錯誤選項 3：誤將題目中的函數 $y = -4$ 看成 $y = 4$ ，且將 x 坐標為 4 的點 $(4, 0)$ 誤認為 y 坐標為 4。

錯誤選項 4：混淆 x 坐標、 y 坐標的位置，因此將點 $(-4, 3)$ 誤以為 y 坐標為 -4 。

二、 作答結果分析

- (一) 本題正確答案為選項 2，通過率有 77%，高分組的通過率高達 95%，低分組也有 53% 的學生答對，不過低分組中仍有接近一半的同學無法在直角坐標平面上描繪常數函數的圖形。建議教師參考下面補救教學的建議，針對低分組學生進行補救教學。
- (二) 有 10% 的學生，尤其有 19% 的低分組學生選擇選項 1，這些學生無法在直角坐標平面上描繪常數函數的圖形，也可能誤將題目中的函數 $y = -4$ 看成 $y = 4$ ，因此選擇 y 坐標為 4 的點 $(0, 4)$ 。
- (三) 有 7% 的學生，尤其有 14% 的低分組學生選擇選項 3，這些學生無法在直角坐標平面上描繪常數函數的圖形，也可能誤將題目中的函數 $y = -4$ 看成 $y = 4$ ，並且混淆 x 坐標、 y 坐標，因此將 x 坐標為 4 的點 $(4, 0)$ 誤認為 y 坐標為 4。
- (四) 有 7% 的學生，尤其有 15% 的低分組學生選擇選項 4，這些學生可能是混淆 x 坐標、 y 坐標的位置，因此將點 $(-4, 3)$ 誤以為 y 坐標為 -4 。

三、 學習與教學建議

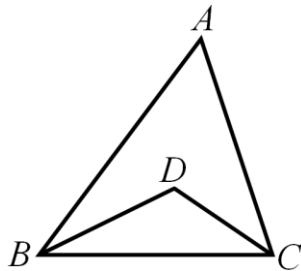
(一) 學習困難點

學生需先理解 x 坐標、 y 坐標的表示與位置關係，並理解函數中，自變數與應變數的關係，才能進而在坐標平面上描繪常數函數或一次函數的圖形。而本題，學生在理解函數 $y = -4$ 時，容易將函數 $y = 4$ 或是 y 坐標為 4 視為相同的。

(二) 教學建議

1. 先引入 $y = f(x) = ax + b$ ， $a \neq 0$ 的一次函數，幫助學生理解 $f(t) = at + b$ 的意義。
2. 以 $y = f(x) = 2x + 1$ 為例，當 $x = 0$ 、可得到 $y = 1$ ；當 $x = 1$ 、可得到 $y = 3$ ；當 $x = 2$ 、可得到 $y = 5$ 。如 $\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases}$ 、 $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$ 、 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases}$ ，將 x 當成橫坐標，其對應的函數值 $f(x)$ 當成縱坐標，得到 $(0, 1)$ 、 $(1, 3)$ 、 $(2, 5)$ 等直角坐標上的點，標示在直角坐

	<p>標平面上。</p> <ol style="list-style-type: none"> 察覺一次函數的解在直角坐標平面上的圖形可以連成一條直線。 說明兩點可以決定一條直線，因此只要找到兩組解所標出的兩個點，就能描繪出該一次函數的圖形。 再引入 $y=f(x)=b$，的常數函數，幫助學生理解 $f(t)=b$ 的意義。 以 $y=f(x)=3$ 為例，當 $x=0$、可得到 $y=3$；當 $x=1$、可得到 $y=3$；當 $x=2$、可得到 $y=3$。得到 $(0,3)$、$(1,3)$、$(2,3)$ 等直角坐標上的點，標示在直角坐標平面上，並連成一條直線，可得到此常數函數的圖形。 協助觀察函數 $y=f(x)=3$ 與 x 軸平行，並且引導發現所有在函數 $y=f(x)=3$ 圖形上的點，y 坐標均是 3。
--	---

科別	年級						
數學	八年級						
題號	試題代碼				答案		
4					4		
題目	<p>如右圖，$\triangle ABC$ 中，$\angle ABC=48^\circ$，$\angle ACB=64^\circ$，且$\angle ABC$和$\angle ACB$的角平分線交於一點D，則$\angle BDC=?$</p> <p>① 68° ② 90° ③ 99° ④ 124°</p> 						
評量指標	8-s-02 能理解角的基本性質。						
認知歷程向度	解數學文字題						
古典理論 (CTT) 選項分析	選 項	1	2	3	4	其他	通過率： 0.742
	選項率	0.15	0.05	0.06	0.74	0	
	高分組	0.01	0	0	0.99	0	鑑別度： 0.593
	低分組	0.33	0.14	0.14	0.4	0	
試題品質 分析與建議	<p>一、 試題分析</p> <p>(一) 評量目標</p> <p>1. 本題是要求學生能運用三角形內角和與角平分線意義，進行幾何圖形的角度計算。</p> <p>2. 先備知識 97 課綱</p> <p>8-s-01 能認識一些簡單圖形及其常用符號，如點、線、線段、射線、角、三角形的符號。</p> <p>3. 延伸知識 97 課綱</p> <p>8-s-03 能理解凸多邊形內角和以及外角和公式。</p> <p>(二) 難度、鑑別度</p> <p>本題鑑別度為 0.593，試題鑑別度非常優良；</p> <p>通過率為 0.742，難易度 0.692，試題難度屬於中等偏易。</p> <p>(三) 錯誤選項分析</p> <p>選項 1 的設計想法，缺乏角平分線意義的理解。</p> <p>選項 2 的設計想法，角平分線觀察上的缺漏，只注意到一個角。</p> <p>選項 3 的設計想法，角平分線觀察上的缺漏，只注意到一個角。</p>						

二、 作答分析結果

(一) 正確選項描述

本題內容為，正確答案為選項 4，學生若能理解三角形內角和與角平分線意義，並且正確執行計算，便能掌握此題。

(二) 錯誤選項可能原因描述

有 15% 的學生選擇選項 1，這些學生可能不理解角平分線的意義，而選擇了選項 1。

有 5% 的學生選擇選項 2，這些學生可能只注意到 $\angle ABC$ 的角平分線，而選擇了選項 2。

有 6% 的學生選擇選項 3，這些學生可能只注意到 $\angle ACB$ 的角平分線，而選擇了選項 3。

(三) 高低能力組的答題特徵

本題高分組的通過率為 0.99，顯示幾乎全部的高分組學生已經完全掌握，可以說是毫無困難的基本問題。低分組的通過率為 0.4，也算是還不錯。

三、 教學建議

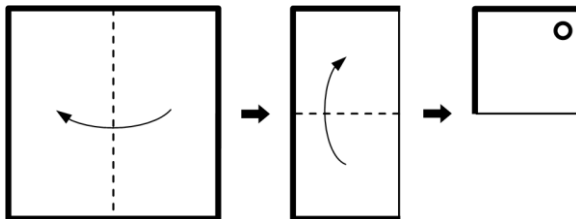
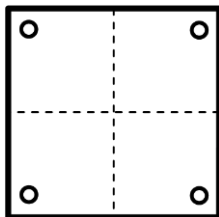
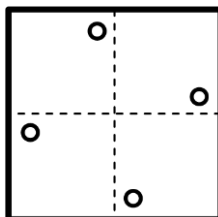
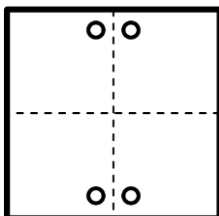
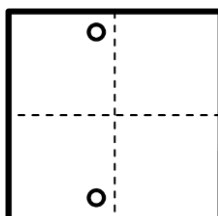
(一) 學習困難點

缺乏三角形內角和為 180 度的概念。

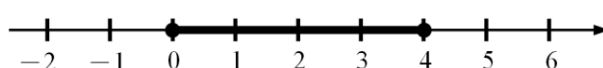
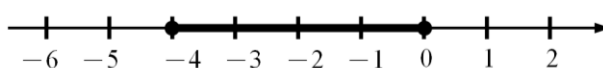
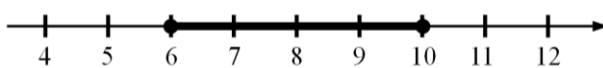
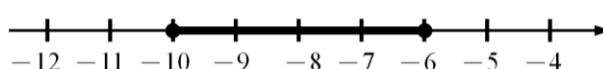
無法將角平分線與角度計算連結。

(二) 教學建議

請學生直接在幾何圖形上標示角度的大小，以及記錄角度的數值，透過這樣子的具體操作，能夠將角平分線與角度計算連結，學習此概念。

科別	年級						
數學	數學科八年級						
題號	試題代碼				答案		
5					3		
題目	<p>下圖為一正方形的色紙，首先右半邊先對折過去，再由下往上對折上去，最後在右上角打一個洞，請問展開後會是下列哪一個圖形？</p> <div></div> <div><div><p>①</p></div><div><p>②</p></div></div> <div><div><p>③</p></div><div><p>④</p></div></div>						
評量指標	8-s-06 能理解線對稱的意義，以及能應用到理解平面圖形的幾何性質。						
認知歷程向度	概念理解						
解題分析	正確答案：③ 做法或理由：利用線對稱的性質來判斷						
古典理論 (CTT) 選項分析	選 項	1	2	3	4	其他	通過率：0.772
	選項率	0.18	0.02	0.77	0.02	0	
	高分組	0.1	0	0.9	0	0	鑑別度：0.295
	低分組	0.28	0.06	0.61	0.06	0	
試題品質 分析與建議	<p>一、 試題分析</p> <p>(一) 評量目標</p> <p>1. 本題主要是利用摺紙的方式測驗線對稱的概念。</p> <p>2. 先備知識 97 課綱</p>						

	<p>8-s-10 能理解平面圖形線對稱的意義。</p> <p>3. 延伸知識 97 課綱</p> <p>8-s-17 能理解四邊形的基本性質。</p> <p>8-s-01 能認識生活中的平面圖形（三角形、四邊形、多邊形及圓形）。</p> <p>(二) 難度、鑑別度</p> <p>本題鑑別度為 0.295，試題品質尚可；</p> <p>通過率為 0.772，難易度 0.754，試題難度屬於容易。</p> <p>(三) 錯誤選項分析</p> <p>錯誤選項 1：在還原的過程中，第二步驟向左翻的結果。</p> <p>錯誤選項 2：此為以對角線為對稱軸的結果。</p> <p>錯誤選項 4：少了第一次還原的結果。</p> <p>二、 作答結果分析</p> <p>(一) 本題正確答案為選項 3，通過率有 77%，高分組的通過率高達 90%，低分組也有 61% 的學生答對，不過低分組中仍有接近四成的同學無法判斷正確的對稱圖形。建議教師參考下面補救教學的建議，針對低分組學生進行補救教學。</p> <p>(二) 有 18% 的學生，尤其有 28% 的低分組學生選擇選項 1，這些學生無法判斷正確的還原對稱圖形或是第二次還原時，翻錯了方向而造成。</p> <p>(三) 有 2% 的學生，尤其有 6% 的低分組學生選擇選項 2，這些學生把對角線當成了對稱軸或是認為此選項的圖形較不一般而猜測為正確的答案。</p> <p>(四) 有 2% 的學生，即使是低分組也有 6% 的學生選擇選項 4，這些學生可能認為還原一次只能得到一個對稱點，所以還原兩次只會得到兩個對稱點所造成的結果。</p> <p>三、 學習與教學建議</p> <p>(一) 學習困難點</p> <p>學生除了需理解線對稱的意義外，並能在紙張摺疊的過程中確實掌握對稱軸的位置，才能正確找出還原後的對稱點。</p> <p>(二) 教學建議</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 給學生一些對稱圖形，並教導學生如何找出所有對稱軸。 2. 教師可實際安排學生拿出紙張操作，使同學了解在還原的過程中摺疊的方向與當初摺疊的方向剛好相反，以及摺痕即是對稱軸的概念。
--	--

科別	年級						
數學	數學科八年級						
題號	試題代碼	答案					
6		3					
題目	<p>已知 $1 \leq m \leq 5$，且 m 與 n 的關係為 $n - m = 5$，下列哪一個選項可以表示數線上 n 的值？</p> <p>① </p> <p>② </p> <p>③ </p> <p>④ </p>						
評量指標	7-a-18 能說明 $a \leq x \leq b$ 時 $y = cx + d$ 的範圍，並在數線上圖示。						
認知歷程向度	程序執行						
解題分析	<p>正確答案：③</p> <p>做法或理由：</p> $n - m = 5$ $n = m + 5$ $1 \leq m \leq 5$ $6 \leq n \leq 10$						
古典理論 (CTT) 選項分析	選 項	1	2	3	4	其他	通過率： 0.651
	選項率	0.2	0.1	0.65	0.05	0	
	高分組	0.02	0.02	0.95	0	0	鑑別度： 0.629
	低分組	0.37	0.2	0.32	0.11	0	
試題品質 分析與建議	<p>一、試題分析：</p> <p>(一) 評量目標</p> <p>1.本題是根據不等式條件進行代數操作，要求學生能將不等式範圍表現在數線上。</p> <p>2.先備知識 97 課綱</p> <p>7-a-17 能解出一元一次不等式，並在數線上標示相關的線段。</p>						

3.延伸知識 97 課綱

無

(二) 難度、鑑別度

本題鑑別度為 0.629，試題鑑別度非常優良；

通過率為 0.651，難易度 0.637，試題難度屬於中等偏易。

二、錯誤選項分析

選項的設計想法 1，常見的計算錯誤，誤算為 $n = -m + 5$

選項的設計想法 2，常見的計算錯誤，誤算為 $n = m - 5$

選項的設計想法 4，常見的計算錯誤，誤算為 $n = -m - 5$

(一) 正確選項描述

本題內容為不等式計算與圖示，正確答案為選項 3，學生若能根據不等式條件進行代數操作，且將不等式範圍表現在數線上。便能掌握此題。

(二) 錯誤選項可能原因描述

有 20% 的學生選擇選項 1，這些學生可能誤算為 $n = -m + 5$ ，而選擇了選項 1。

有 10% 的學生選擇選項 2，這些學生可能誤算為 $n = m - 5$ ，而選擇了選項 2。

有 5% 的學生選擇選項 4，這些學生可能誤算為 $n = -m - 5$ ，而選擇了選項 4。

高低能力組的答題特徵

本題高分組的通過率為 0.95，顯示接近全部的高分組學生已經掌握此題，可以說是毫無困難的基本問題。低分組的通過率只有 0.32，也有一部分是可以理解的。

三、教學建議

(一) 學習困難點

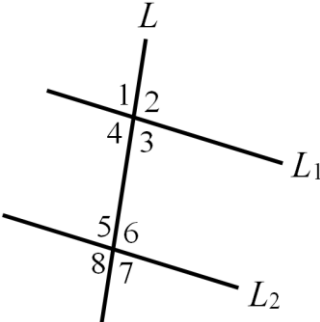
無法根據不等式條件進行代數操作。

將不等式範圍表現在數線上有困難。

教學建議

代數操作的部分，必須連結一元一次方程式的學習經驗，既然 m 與 n 的關係式為 $n - m = 5$ ，在切入此題教學時，先將焦點放在 $m=1$ 與 $m=5$ 時， n 會是多少？

學生理解 $m=1$ 與 $m=5$ 時的 n 值為何？再拓展到 m 的不等式範圍，進而與延伸到用數線表示的部分，會容易許多。

科別	年級						
數學	數學科八年級						
題號	試題代碼			答案			
7				3			
題目	<p>如右圖，$L_1 \parallel L_2$ 且 L 與 L_1 不垂直，則下列敘述何者<u>錯誤</u>？</p> <div><div><p>① $\angle 2 = \angle 6$</p><p>② $\angle 5 = \angle 3$</p><p>③ $\angle 1 + \angle 7 = 180^\circ$</p><p>④ $\angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$</p></div><div></div></div>						
評量指標	8-s-05 能理解平行的意義，平行線截線性質，以及平行線判別性質。						
認知歷程向度	概念理解						
古典理論 (CTT) 選項分析	選 項	1	2	3	4	其他	通過率： 0.592
	選項率	0.06	0.2	0.59	0.15	0	
	高分組	0.01	0.05	0.89	0.05	0	鑑別度： 0.583
	低分組	0.12	0.35	0.3	0.23	0	
試題品質 分析與建議	<p>一、 試題分析</p> <p>(一) 評量目標</p> <div><p>1. 本題主要是測驗學生是否了解兩平行線被一線所截後產生的相關性質。</p><p>2. 先備知識 97 課綱 8-s-21 能理解平行線截線性質：兩平行線同位角相等；同側內角互補；內錯角相等。</p><p>3. 延伸知識 97 課綱 8-s-05 能利用直角定義兩直線互相垂直，以及利用垂直於同一直線定義兩直線互相平行。</p><p>8-s-22 能理解平行線的判別性質。</p></div> <p>(二) 難度、鑑別度</p> <p>本題鑑別度為 0.583，試題品質非常優良； 通過率為 0.592，難易度 0.595，試題難度屬於中等。</p> <p>(三) 錯誤選項分析</p>						

錯誤選項 1：此題為挑出錯誤敘述選項，因 $\angle 2 = \angle 6$ 同位角相等為正確敘述，故不為正確答案。

錯誤選項 2： $\angle 5 = \angle 3$ 內錯角相等為正確敘述，故不為正確答案。

錯誤選項 4： $\angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$ 同側內角互補為正確敘述，故不為正確答案。

二、 作答結果分析

- (一) 本題正確答案為選項 3，通過率有 59%，高分組的通過率 89%，低分組有 30% 的學生答對，低分組中選項 2 的選答率達 35%，該選項為檢測內錯角相等之概念，然內錯角直觀上較無法直接判斷是否相等，使得不了解內錯角性質的學生選擇此選項。建議教師參考下面補救教學的建議，針對低分組學生進行補救教學。
- (二) 有 6% 的學生，尤其有 12% 的低分組學生選擇選項 1，這些學生可能誤以為是選擇正確敘述的選項或完全不了解平行線截線性質。
- (三) 有 20% 的學生，尤其有 35% 的低分組學生選擇選項 2，這些學生與選擇選項一的學生狀況無異，均是不了解平行線截線性質造成。
- (四) 有 15% 的學生，低分組有 23% 的學生選擇選項 4，雖然選擇此選項的學生稍多，但可能是基於前面選項無從判斷是否為正確答案而猜測最後一個選項較有可能為答案而得到的結果。這些學生仍然不了解平行線截線相關性質。

三、 學習與教學建議

(一) 學習困難點：

學生除了需理解平行線意義外，並需能了解兩條平行線被一線所截產生的性質。此外，因其相關的名詞與性質分別各有三個，學生容易混淆，而產生錯誤。例如，學生常會把同側內角會互補與內錯角相等的結果弄反了。

(二) 教學建議

1. 給學生一些對稱圖形，並教導學生如何找出所有對稱軸。
2. 由於此性質牽涉到的名詞與結果各有三個，學生容易混淆，教師在教完同位角、內錯角、同側內角三個名詞後先不急著講解之後的性質，應停下來讓學生先熟悉三個名詞的定義之後再進入講解其相關性質，學生方能掌握重點。在熟悉同位角、內錯角、同側內角三個名詞的教學方式可利用分組競賽的方式，使學生在同儕相互激勵下有效學習，能確時記住三個名詞的定義。

科別	年級					
數學	數學科八年級					
題號	試題代碼				答案	
8					4	
題目	如下圖，已知 B 點是數線上的原點， C 、 D 、 E 三點所代表的數分別為 c 、 d 、 e ，關於 $ c $ 、 $ d $ 、 $ e $ 三數大小關係，下列何者正確？					
	<div><div><div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div><div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div><div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div><div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div></div><div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div><div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></</div></div></div>					

忽略了原點位置，而單純以數線上的位置來做數值大小的判別，並且誤認為數線上愈靠右邊的點其絕對值越大。

二、作答結果分析

(一)正確選項 4

本題通過率為 66%，顯示有六成的受測學生可以掌握到「絕對值表示該點到原點的距離」並且可以利用數線上的位置判別「某點的絕對值大小」。有 95% 高分組學生選擇此選項，有 31% 低分組學生選擇此選項。

(二)錯誤選項可能原因描述

錯誤選項 1

約有 13% 的學生選擇選項 1，選擇此選項的學生可能誤認為數線上愈靠右邊的點其絕對值越大，若又忽略了 $d+e$ 實際上是正、負數相加，絕對值的結果會更小的結果，就會做出錯誤的判斷。有 3% 高分組學生選擇此選項，有 25% 低分組學生選擇此選項。

錯誤選項 2

約有 10% 的學生選擇選項 2，選擇此選項的學生可能誤認為數線上愈靠右邊的點其絕對值越大，因此做了錯誤的判斷。有 1% 的高分組學生選擇此選項，有 21% 低分組學生選擇此選項。

錯誤選項 3

約有 11% 的學生選擇選項 3，選擇此選項的學生可能誤認為數線上愈靠右邊的點其絕對值越大，因此做了錯誤的判斷。

有 2% 高分組學生選擇此選項，有 23% 低分組學生選擇此選項。

(三)高低分組答題特徵

95% 的高分組學生選擇了正確選項 4，表示幾乎所有的高分組學生都能掌握此題解題關鍵。有 31% 的低分組學生選擇了正確選項 4，其他三個選項則平均分布，代表仍然有七成的低分組學生仍對「絕對值表示該點到原點的距離」這樣的概念不太熟悉。

三、學習與教學建議

(一)學習困難點

本題的困難點有二

1. 對於絕對值表示距離的概念掌握不佳。
2. 學生容易將「距離長度」與「數值大小」兩個概念混淆。

(二)教學建議

1. 老師在教學時應先讓學生將「絕對值」與「數線上的距離」做認知上的連結，並且說明在數線上，我們稱 0 的位置為原點，且應將負數(負整數、負分數、負小數)標記在原點的左邊，正數標記

	<p>在原點的右邊。標記時，知道數線上愈右邊的數愈大，愈左邊的數愈小，如$-100 < -3 < 0 < 10$，而對應到數線時，-100，-3，0，10的位置是由左排到右。在數線上一數的絕對值等於此數與原點的距離，例如：點-2至原點的距離為2，而-2的絕對值$-2 =2$。</p> <p>2.教學時可以提醒學生「數值大小」與「絕對值大小」的不同之處。兩個正數，如果其絕對值愈大，則其值就愈大；兩個負數，如果其絕對值愈大，則其值就愈小。例：$-15 =15$，$-18 =18$，因為$-15 < -18$，所以$-15 > -18$。</p>
--	--

科別	年級						
數學	數學科八年級						
題號	試題代碼				答案		
9					4		
題目	算式 $(\sqrt{5}-3)(3+\sqrt{5})$ 之值為何？ ① 2 ② -2 ③ 4 ④ -4						
評量指標	8-n-03 能理解根式的化簡及四則運算。						
認知歷程向度	程序執行						
解題分析	正確答案：④ 做法或理由： $(\sqrt{5}-3)(\sqrt{5}+3)=(\sqrt{5})^2-3^2=5-9=-4$						
古典理論 (CTT) 選項分析	選 項	1	2	3	4	其他	通過率： 0.623
	選項率	0.12	0.13	0.13	0.62	0	
	高分組	0.01	0	0.02	0.97	0	鑑別度： 0.738
	低分組	0.23	0.27	0.27	0.23	0	
試題品質 分析與建議	一、 試題分析 (一) 評量目標 1. 本題給定含根式運算的乘法算式，要求學生算出其值，評量學生是否理解根式的化簡及四則運算。 2. 先備知識 97 課綱 8-a-01 能熟練二次式的乘法公式。 8-n-01 能理解二次方根的意義及熟練二次方根的計算。 3. 延伸知識 97 課綱 8-a-02 能理解簡單根式的化簡及有理化。 8-a-11 能利用配方法解一元二次方程式。 (二) 難度、鑑別度 本題鑑別度為 0.738，試題品質非常優良； 通過率為 0.623，難易度 0.596，試題難度屬於中等偏易。						

(三) 錯誤選項分析

錯誤選項 1：計算過程 $(\sqrt{5}-3)(\sqrt{5}+3) = (\sqrt{5})^2 - 3 = 5 - 3 = 2$ ，沒有將 3 做平方計算。

錯誤選項 2：計算過程

$(\sqrt{5}-3)(\sqrt{5}+3) = (3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5}) = 3 - (\sqrt{5})^2 = 3 - 5 = -2$ ，將

$(\sqrt{5}-3)(\sqrt{5}+3)$ 認為和 $(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})$ 一樣，誤以為減法有交換律，而且計算時沒有將 3 做平方計算，因此得到此結果。

錯誤選項 3：計算過程

$(\sqrt{5}-3)(\sqrt{5}+3) = (3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5}) = 3^2 - (\sqrt{5})^2 = 9 - 5 = 4$ ，將

$(\sqrt{5}-3)(\sqrt{5}+3)$ 認為和 $(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})$ 一樣，誤以為減法有交換律。

二、 作答結果分析

(一) 本題正確答案為選項 4，通過率有 62%，高分組的通過率高達 97%，低分組有 23% 的學生答對，仍有接近八成的低分組同學無法理解根式的化簡及四則運算。建議教師參考下面補救教學的建議，針對低分組學生進行補救教學。

(二) 有 12% 的學生，其中低分組有 23% 的學生選擇選項 1，這些學生無法理解根式的化簡及四則運算，也可能運算時沒有使用正確的乘法公式，將 3 做平方計算。

(三) 有 13% 的學生，尤其有 27% 的低分組學生選擇選項 2，這些學生無法理解根式的化簡及四則運算，也可能為了計算方便，誤以為減法有交換律，將算式做了錯誤的調整 $(\sqrt{5}-3)(\sqrt{5}+3) =$

$(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})$ ，在計算時沒有將 3 做平方計算，因此得到此結果。

(四) 有 13% 的學生，尤其有 27% 的低分組學生選擇選項 3，這些學生無法理解根式的化簡及四則運算，也可能為了計算方便，誤以為減法有交換律，將算式做了錯誤的調整 $(\sqrt{5}-3)(\sqrt{5}+3) =$

$(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})$ ，之後計算都沒有出錯，因此得到此結果。

三、學習與教學建議

(一) 學習困難點：

學生在做此類根式的運算時，需先理解根式的意義，並且在運算時能正確使用分配律或乘法公式。以本題來說，學生在計算 $(\sqrt{5}-3)(3+\sqrt{5})$ 時，一種是為了計算方便，誤將

$(\sqrt{5}-3)(\sqrt{5}+3)$ 視為 $(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})$ 造成錯誤，或是計算時沒有使用正確的乘法公式 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 。

(二) 教學建議：

1. 以 $\sqrt{7}$ 為例，幫助學生了解 $\sqrt{7}$ 代表著平方後為7的一個正數，即 $(\sqrt{7})^2=7$ 。另一個平方之後為7的數為 $-\sqrt{7}$ 。
2. 幫助學生了解根號乘上一個整數的表示法。如： $1\times\sqrt{7}=\sqrt{7}$ ， $2\times\sqrt{7}=2\sqrt{7}$ ， $3\times\sqrt{7}=3\sqrt{7}$ 。
3. 以分配律幫助學生了解形如 $m\sqrt{a}\pm n\sqrt{a}$ 的題型如何計算，如，
$$5\sqrt{7}+\sqrt{7}=5\times\sqrt{7}+1\times\sqrt{7}=(5+1)\times\sqrt{7}=6\times\sqrt{7}=6\sqrt{7}$$
$$3\sqrt{7}-\sqrt{7}=3\times\sqrt{7}-1\times\sqrt{7}=(3-1)\times\sqrt{7}=2\times\sqrt{7}=2\sqrt{7}$$
4. 幫助學生了解根式的乘法運算，若 $a\geq 0$ 、 $b\geq 0$ ，則
$$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$$
。
5. 幫助學生了解乘法公式，例如
$$(a+b)(c+d)=ac+bc+ad+bd$$
、
$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$
6. 協助學生在遇到根式的乘法運算時，能用到分配律或乘法公式來做運算。

科別	年級						
數學	數學科八年級						
題號	試題代碼					答案	
10						3	
題目	坐標平面上，若一線型函數 $y=ax+b$ 的圖形與 x 軸沒有交點，且通過 $(-3,5)$ ，則此函數圖形與 y 軸的交點坐標為何？ ① $(-3,0)$ ② $(0,-3)$ ③ $(0,5)$ ④ $(5,0)$						
評量指標	7-a-12 能在直角坐標平面上描繪常數函數及一次函數的圖形。						
認知歷程向度	概念理解						
古典理論 (CTT) 選項分析	選項	1	2	3	4	其他	通過率： 0.613
	選項率	0.14	0.16	0.61	0.09	0	
	高分組	0.06	0.05	0.87	0.02	0	鑑別度： 0.511
	低分組	0.21	0.25	0.36	0.17	0	
試題品質 分析與建議	一、試題分析 (一) 評量目標 1.本題給定一線型函數，要求學生選出該函數圖形與 y 軸的交點坐標，評量學生在直角坐標平面上描繪函數圖形的能力。 2.先備知識 97 課綱 7-a-10 能認識常數函數及一次函數。 7-a-11 能理解平面直角坐標系。 3.延伸知識 97 課綱 7-a-13 能在直角坐標平面上描繪二元一次方程式的圖形。 (二) 難度、鑑別度 本題鑑別度為 0.51，試題品質非常優良； 通過率為 0.61，難易度 0.511，試題難度屬於中等偏易。 (三) 錯誤選項分析 錯誤選項 1：直接依題目所述通過 $(-3,5)$ ，取 $(-3,0)$ 為交點。 錯誤選項 2：直接依題目所述通過 $(-3,5)$ ，取 $(0,-3)$ 為交點。 錯誤選項 4：直接依題目所述通過 $(-3,5)$ ，取 $(5,0)$ 為交點。 二、作答結果分析						

- (一) 本題正確答案為選項 3，通過率為 61%，高分組的通過率高達 87%，低分組也有 36% 的學生答對，不過低分組中仍超過一半的同學無法找出線型函數圖形與 y 軸的交點坐標。建議教師參考下面補救教學的建議，針對低分組學生進行補救教學。
- (二) 有 16% 的學生，尤其有 25% 的低分組學生選擇選項 2，這些學生可能無法找出線型函數圖形與 y 軸的交點坐標，也可能僅以直覺取 $(0, -3)$ 為交點。
- (三) 有 14% 的學生，尤其有 21% 的低分組學生選擇選項 1，這些學生可能無法找出線型函數圖形與 y 軸的交點坐標，也可能僅以直覺取 $(-3, 0)$ 為交點。
- (四) 有 9% 的學生，低分組也有 17% 的學生選擇選項 4，這些學生可能無法找出線型函數圖形與 y 軸的交點坐標，也可能僅以直覺取 $(5, 0)$ 為交點。

三、學習與教學建議

(一) 學習困難點

1. 學生對於 $f(x) = ax + b$ 的線型函數與圖形通過某點且與 x 軸沒有交點的對應不清楚，致無法找出正確的交點坐標。
2. 學生通常會利用與坐標軸相交的 2 點畫出一次函數圖形，但對於圖形不通過 x 軸或其他點的連結較薄弱，有的學生甚至認為直線上只有 2 個點。

(二) 教學建議

1. 建議教師採描繪已知點的方法來繪製一次函數的圖形時，應強化代入 x 坐標得到 $f(x)$ 即 y 坐標的過程。
2. 建議教師在學生學會以描繪已知點的方法來繪製一次函數的圖形後，可再請學生舉出幾個符合函數的點，並請學生描繪在圖形上，加強學生函數與其圖形的連結。
3. 可先引入 $f(x) = ax + b, a \neq 0$ 的一次函數，幫助學生理解 $f(t) = at + b$ 的意義。
4. 再引入 $f(x) = ax + b, a = 0$ 的常數函數，並記成 $f(x) = 0x + b$ 。並將 $f(x) = 0x + b$ 摘要的記成 $f(x) = b$ 。
5. 說明函數 $y = f(x) = 5$ 的意義， $y = 5$ 是 $y = 0x + 5$ 的摘要記法，因此 $x = -1, y = 5$ ； $x = 0, y = 5$ ； $x = 3, y = 5$ ，都是該函數的解。可以將這些解記成 $x = k, y = 5$ ， k 是任意的數。
6. 將 x 當成橫坐標，其對應的函數值 $f(x)$ 當成縱坐標，得到 $(-1, 5)$ 、 $(0, 5)$ 、 $(3, 5)$ 等直角坐標上的點，可以記成 $(t, 5)$ ， t 是任意的數。
6. 如此可以說明 $y = f(x) = p$ 的解均可以寫成是 $x = k, y = p$ ， k 是任意的數。而 $y = f(x) = p$ 的圖形在直角坐標上的點是則是 (k, p) ， k 是任意的數。

科別	年級						
數學	數學科八年級						
題號	試題代碼					答案	
11						4	
題目	已知 a 為整數，多項式 $9x^2-3ax+1$ 可以化成 $(3x-1)^2$ ，則 a 值為何？ ① -2 ② 0 ③ 1 ④ 2						
評量指標	8-a-01 能熟練二次式的乘法公式。						
認知歷程向度	程序執行						
古典理論 (CTT) 選項分析	選 項	1	2	3	4	其他	通過率： 0.618
	選項率	0.11	0.12	0.16	0.62	0	
	高分組	0.01	0.01	0.03	0.94	0	鑑別度： 0.653
	低分組	0.22	0.22	0.27	0.29	0	
試題品質 分析與建議	一、 試題分析						
	(一)評量目標						
	1. 本題測試學生是否能運用乘法公式中的差平方公式： $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ ，比較其係數求解。						
	2. 先備知識 97 課綱 7-a-01 能熟練符號的意義，及其代數運算。						
	3. 延伸知識 97 課綱 8-a-04 能熟練多項式的加、減、乘、除四則運算。 8-a-08 能利用乘法公式與十字交乘法做因式分解。						
	(二)難度、鑑別度						
	本題鑑別度為 0.653，試題品質非常優良； 通過率為 0.618，難易度 0.616，試題難度中等偏易。						
	(三)錯誤選項分析						
	選項（1）設計想法：忽略一次項負號或是運算操作錯誤。						
	選項（2）設計想法：誤判成 $(a-b)^2=a^2+(-b)^2$ 。						
	選項（3）設計想法：誤判成 $(a-b)^2=a^2-ab+b^2$ 。						

二、 作答結果分析

(一)本題給定一多項式並表示可以化成一個完全平方式，學生若是熟悉乘法公式，便可藉由差平方公式中的係數關係比較出來，亦可逆向操作將此完全平方式展開後比較原多項式之係數。

(二)本題正確答案為選項 4，通過率為 62%。高分組通過率高達 94%，低分組通過率只有 29%，可能的原因如下：

1. 學生不理解符號的意義(譬如 a 、 x 在題目中的關聯)，也無法進行代數的運算。
2. 不熟悉乘法公式，無法由題目敘述聯想到公式，或是記錯乘法公式的係數，導致運算錯誤。
3. 學生如果使用展開完全平方式後再比較係數，可能會在分配律或是合併同類項等階段產生錯誤。

(三)有 11%的學生選擇選項 1，這些學生可能將公式記成

$(a-b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ，也有可能在負號的地方看錯或是運算上發

生錯誤。有 12%的學生選擇選項 2，這些學生可能算成

$(3x-1)^2 = (3x)^2 + (-1)^2 = 9x^2 + 1$ ，比較其係數，得到 $a=0$ 。

有 16%的學生選擇選項 3(低分組有 27%)，這些學生可能算成

$(3x-1)^2 = (3x)^2 + (3x) \times (-1) + (-1)^2 = 9x^2 - 3x + 1$ ，比較其係數，得到 $a=1$ 。

三、 學習與教學建議

(一)學習困難點

對於乘法公式的運用不熟悉或是無法把原題目的列式轉換成乘法公式的型態。

(二)教學建議

乘法公式當中，在和平方公式及差平方公式的運算中，學生在記憶及運用上常常會弄錯一次項的係數，教學上我們常以面積的計算及代數的交叉相乘的方法導出乘法公式，推導過程中可多強調一次項係數的部份。

科別	年級						
數學	數學科八年級						
題號	試題代碼				答案		
12					1		
題目	計算 99.9×20.2 時						
	甲生計算過程如下：						
	$(100 - 0.1)(20 + 0.2) = 100 \times 20 + 100 \times 0.2 - 0.1 \times 20 - 0.1 \times 0.2 = \dots\dots\dots$						
	乙生計算過程如下：						
	$(99 + 0.9)(20 + 0.2) = 99 \times 20 + 99 \times 0.2 + 0.9 \times 20 + 0.9 \times 0.2 = \dots\dots\dots$						
	關於以上兩個人的作法，下列判斷何者正確？						
	① 甲、乙皆正確						
	② 甲、乙皆錯誤						
	③ 甲正確、乙錯誤						
	④ 甲錯誤、乙正確						
評量指標	8-a-01 能熟練二次式的乘法公式。						
認知歷程向度	程序執行						
古典理論 (CTT) 選項分析	選 項	1	2	3	4	其他	通過率： 0.635
	選項率	0.63	0.1	0.16	0.1	0	
	高分組	0.94	0.01	0.03	0.02	0	鑑別度： 0.649
	低分組	0.3	0.2	0.31	0.2	0	
試題品質 分析與建議	一、 試題分析						
	(一) 評量目標						
	1.將分配律運用數字的交叉相乘，測試學生在操作過程中是否有問題。						
	2.先備知識 97 課綱						
	7-a-01 能熟練符號的意義，及其代數運算。						
	3.延伸知識 97 課綱						
	8-a-04 能熟練多項式的加、減、乘、除四則運算。						
	(二) 難度、鑑別度						
	本題鑑別度為 0.649，試題品質非常優良；						
	通過率為 0.635，難易度 0.620，試題難度屬於中等偏易。						
	(三) 錯誤選項分析						
	選項（2）設計想法：不清楚分配律在代數運算上的用法。						

選項(3)設計想法：如果硬乘開來驗算，乙生的方法因為數字不易運算而可能計算錯誤。

選項(4)設計想法：負號在分配律過程發生錯誤。

二、 作答結果分析

(一) 本題提供兩種運算方式來計算 99.9×20.2 ，都是將數字拆開再交叉相乘，但是數字的拆法不同，請學生判斷作法是否正確。

(二) 本題正確答案為選項 1，通過率為 63.5%。高分組通過率為 94%，低分組答題狀況較多在選項 1 和 3，通過率為 30%，可能的原因如下：

1. 學生沒有分配律的概念，也不知如何做交叉相乘。
2. 如果直接乘開來左右比較，就可能發生計算錯誤。
3. 學生也許會對於作法是否「正確」與作法是否「好用」產生混淆。

(三) 有 10% 的學生選擇選項 2，這些學生可能認為

$(a+b)(c+d) = ac + bd$ ，所以這兩人算法都不對。

有 16% 的學生選擇選項 3(低分組有 31%)，這些學生可能在驗算乙生的算式時發生錯誤(甲生的算式比較方便運算)。

有 10% 的學生選擇選項 4，這些學生可能在負號的運算操作上發生問題。

三、 學習與教學建議

(一) 學習困難點

學生在數字的運算相較於代數運算上會比較直觀，但反而因為如此而不會想要用分配律等方式來改變算式型態再操作，另外在算式中有負號的存在會加深學生在運算過程當中的難度。

(二) 教學建議

可先由面積的運算中讓學生發現 $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$ ，在帶領學生去看代數運算中的交叉相乘的方式，之後再代數字進去練習，另外可提醒學生 a, b, c, d 也可以是負數，所以在分配律運算過程中要把負號算進去。

科別	年級						
數學	數學科八年級						
題號	試題代碼					答案	
13						3	
題目	在平面上有兩條直線 L_1 、 L_2 ，且 $L_1 \perp L_2$ ，則下列敘述何者正確？ ① 在此平面上存在一直線 L_3 ，滿足 $L_1 \perp L_3$ 且 $L_2 \perp L_3$ ② 在此平面上存在一直線 L_4 ，滿足 $L_1 // L_4$ 且 $L_2 // L_4$ ③ 在此平面上有兩條直線 L_5 、 L_6 ，若 $L_1 \perp L_5$ 、 $L_2 \perp L_6$ ，則 $L_5 \perp L_6$ ④ 在此平面上有兩條直線 L_7 、 L_8 ，若 $L_1 // L_7$ 、 $L_2 // L_8$ ，則 $L_7 // L_8$						
評量指標	8-s-04 能認識垂直以及相關的概念。						
認知歷程向度	邏輯推理						
解題分析	正確答案：③ 做法或理由：在理解垂直及平行符號及概念的前提下，依題意將圖形畫出來在判斷即可。						
古典理論 (CTT) 選項分析	選 項	1	2	3	4	其他	通過率： 0.586
	選項率	0.16	0.15	0.59	0.1	0	
	高分組	0.03	0.02	0.93	0.02	0	鑑別度： 0.654
	低分組	0.28	0.27	0.27	0.17	0	
試題品質 分析與建議	一、試題分析 (一)評量目標 1.本題是探討直線垂直平行的意義，要求學生能理解垂直及平行符號與概念後，進行判斷。 2.先備知識 97 課綱 8-s-01 能認識一些簡單圖形及其常用符號，如點、線、線段、射線、角、三角形的符號。 3.延伸知識 97 課綱 8-s-05 能理解平行的意義，平行線截線性質，以及平行線判別性質。 (二)難度、鑑別度 本題鑑別度為 0.654，試題鑑別度非常優良； 通過率為 0.586，難易度 0.601，試題難度屬於中等。						

二、錯誤選項分析

選項 1 的設計想法，誤用遞移律。

選項 2 的設計想法，誤用遞移律。

選項 4 的設計想法，錯誤理解直線平行。

(一)正確選項描述

本題內容為探討直線垂直平行的意義，正確答案為選項 3，學生若能理解直線平行垂直的意義與符號，並且畫圖，便能掌握此題。

(二)錯誤選項可能原因描述

有 15% 的學生選擇選項 1，這些學生可能誤用遞移律，而選擇了選項 1。

有 16% 的學生選擇選項 2，這些學生可能誤用遞移律，而選擇了選項 2。

有 10% 的學生選擇選項 4，這些學生可能錯誤理解直線平行，而選擇了選項 4。

(三)高低能力組的答題特徵

本題高分組的通過率為 0.93，顯示大多數的高分組學生已經掌握，可以說是毫無困難的基本問題。低分組的通過率只有 0.27，幾乎就是用猜測的。

三、教學建議

(一)學習困難點：

不理解平行與垂直符號的圖形意義。

(二)教學建議：

透過實作，強化符號與平行、垂直概念的連結。

也就是說，請學生畫出兩條平行線後，在平行線旁標上此平行線的名稱，最後再以「//」符號來記錄，必須要在同一處完成，相同的步驟亦可應用在「⊥」符號與垂直直線的紀錄。

科別	年級						
數學	數學科八年級						
題號	試題代碼				答案		
14					1		
題目	有一等差數列的公差為 7， <u>小華</u> 將此數列的每一項都加 -5 ，得一個新的數列，則有關此新數列的敘述何者正確？ ① 新數列是等差數列，公差為 7 ② 新數列是等差數列，公差為 -5 ③ 新數列是等差數列，公差為 $7-5=2$ ④ 新數列不是等差數列						
評量指標	8-n-05 能觀察出等差數列的規則性，並能利用首項、公差計算出等差數列的一般項。						
認知歷程向度	概念理解						
解題分析	正確答案① 做法或理由：任一等差數列公差為 7，每一項同時加減一數,此數列公差不變。						
古典理論 (CTT) 選項分析	選項	1	2	3	4	其他	通過率： 0.544
	選項率	0.54	0.13	0.25	0.08	0	
	高分組	0.9	0.02	0.08	0.01	0	鑑別度： 0.686
	低分組	0.22	0.25	0.38	0.16	0	
試題品質 分析與建議	一、試題分析 (一) 評量目標 1.本題給定一等差數列及其公差，並將原數列每項均加一定值，形成一個新數列，評量學生是否能理解等差數列的規則性。 2.先備知識 97 課綱 7-a-02 能用符號算式記錄生活情境中的數學問題。 8-n-04 能在日常生活中，觀察有次序的數列，並理解其規則性。 3.延伸知識 97 課綱 8-n-06 能理解等差級數求和的公式，並能解決生活中相關的問題。 (二) 難度、鑑別度 本題鑑別度為 0.686，試題品質非常優良； 通過率為 0.544，難易度 0.558，試題難度屬於中等。 (三) 錯誤選項分析						

錯誤選項 2：直接將原數列每項加 -5 ，視為新數列之公差。
 錯誤選項 3：直接將原數列公差 7 與每項都加 -5 ，兩數值相加，得 $7+(-5)=2$ ，視為新數列之公差。
 錯誤選項 4：未能理解等差數列每項均加 -5 ，形成的新數列亦為等差數列。

二、作答結果分析

- (一) 本題正確答案為選項 1，通過率為 54%，高分組的通過率為 69%，低分組有 22% 的學生答對，不過低分組中仍有超過一半的同學未能理解等差數列的規則性。建議教師參考下面補救教學的建議，針對低分組學生進行補救教學。
- (二) 有 25% 的學生，尤其有 38% 的低分組學生選擇選項 3，這些學生可能直接將原數列公差 7 與每項都加 -5 ，兩數值相加，得 $7+(-5)=2$ ，視為新數列之公差，未能理解等差數列的規則性。
- (三) 有 13% 的學生，尤其有 25% 的低分組學生選擇選項 2，這些學生可能將原數列每項加 -5 ，視為新數列之公差，未能理解等差數列的規則性。
- (四) 有 8% 的學生，及 16% 的低分組學生選擇選項 4，這些學生可能無法理解將等差數列每項均加 -5 ，形成的新數列亦為等差數列。

三、學習與教學建議

(一) 學習困難點

1. 學生無法從日常生活的實例中，觀察到有次序的數列。
2. 學生無法察覺等差數列各項均加一定值，與原數列之間的關係，致無法普遍理解等差數列的規則性。

(二) 教學建議

1. 建議教師先多列一些等差數列讓學生觀察，並且讓學生觀察到各項之間的關係，幫助學生透過觀察等差數列，得知該數列的首項及公差。如：2、5、8、11、...，即 $a_1=2$ ，公差就是任相鄰兩項，後項減去前項的差，即 $d=3$ 。
2. 建議教師教學時，所舉等差數列應有公差正和負等不同類型的例子，或是邀請學生主動給出等差數列，再來調整學生所缺少的部份，避免以為等差數列一律是遞增的。
3. 將每一項改寫成首項加上公差的倍數，並與項數對照，如：

	2	5	8	11	...
	↓	↓	↓	↓	
	$2+3\times 0$	$2+3\times 1$	$2+3\times 2$	$2+3\times 3$	
	↓	↓	↓	↓	
a_n	$2+3\times(1-1)$	$2+3\times(2-1)$	$2+3\times(3-1)$	$2+3\times(4-1)$...
n	1	2	3	4	...

科別	年級						
數學	國中七年級						
題號	試題代碼				答案		
15					1		
題目	下列哪一個選項可以表示算式 $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times (\frac{1207}{2015})^0$ 的結果？ ① $(\frac{2}{3})^5$ ② $\frac{2^5}{3 \times 5}$ ③ $\frac{2^5}{3}$ ④ 0						
評量指標	7-n-10 能理解指數為非負整數的次方，並能運用到算式中。						
認知歷程向度	概念理解						
解題分析	正確答案① 做法或理由： $(\frac{2}{3}) \times (\frac{2}{3}) \times (\frac{2}{3}) \times (\frac{2}{3}) \times (\frac{2}{3}) \times (\frac{1207}{2015})^0 = (\frac{2}{3})^5 \times 1 = (\frac{2}{3})^5$						
古典理論 (CTT) 選項分析	選 項	1	2	3	4	其他	通過率： 0.559
	選項率	0.56	0.09	0.07	0.28	0	
	高分組	0.79	0.01	0.01	0.2	0	鑑別度： 0.421
	低分組	0.37	0.21	0.17	0.26	0	
試題品質 分析與建議	一、試題分析： （一）評量目標 1. 本題是概念理解題，測驗學生是否理解 0 次方的意義，並根據 運算規則選出正確答案。 2. 先備知識 97 課綱 7-n-07 能熟練數的運算規則 3. 延伸知識 7-n-11 能理解同底數的相乘或相除的指數律。 （二）難度、鑑別度 本題鑑別度為 0.421，試題品質非常優良； 通過率為 0.559，難易度 0.578，試題難度屬於中等。						

(三) 作答結果分析

1. 正確選項 1

本題通過率為 56%，說明有五成的學生能理解 0 次方的意義，且高分組有 79% 的學生答對。

2. 錯誤選項 2

有 9% 的學生選擇此選項，且低分組有 21% 的學生，說明學生不清楚運算規則，誤以為數字相乘即將數字相加，值得一題的是，沒有高分組的學生選擇此選項，說明此選項的誘答力略顯不足。

3. 錯誤選項 3

有 7% 的學生選擇此選項，且低分組有 17% 的學生，說明學生無法分辨 $\left(\frac{2}{3}\right)^5$ 與 $\frac{2^5}{3}$ 的差別。

4. 錯誤選項 4

有 28% 的學生選擇此選項，且低分組有 26% 的學生，說明近三成的學生認為任何數的零次方就是 0，所以整個算式數值為 0。

二、教學建議：

(一) 學習困難點

1. 不能理解 a^n 的意義，其中 n 為自然數， a 為任一數。
2. 不能理解當 $a \neq 0$ 時， $a^0 = 1$ 。
3. 不熟悉數的運算規則。

(二) 教學建議

1. 先讓學生理解 a^n 的意義。

例如： $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ ； $\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$

2. 請學生比較 $\left(\frac{2}{3}\right)^4$ 與 $\frac{2^4}{3}$ 的異同，並向學生說明有無括號的差別。
3. 透過例子讓學生理解當 $0 < a < 1$ 時，如果 n 愈大，則 a^n 的值愈小；反之，若 $a > 1$ 時，如果 n 愈大，則 a^n 的值愈大。
4. 等學生熟悉指數律後，再引導學生進行 $2^5 \div 2^5$ 的計算，進而推導到當 $a \neq 0$ 時， $a^0 = 1$ 。

科別	年級						
數學	數學科八年級						
題號	試題代碼					答案	
16						3	
題目	計算 $(2x+2)(3x+1)-(x+1)(3x-1)$ 的結果為何？ ① $(x+1)(3x+1)$ ② $2(x+1)(3x+1)$ ③ $3(x+1)(x+1)$ ④ $(x+1)(3x-1)$						
評量指標	8-a-07 能利用提公因式法分解二次多項式。						
認知歷程向度	程序執行						
古典理論 (CTT) 選項分析	選 項	1	2	3	4	其他	通過率： 0.457
	選項率	0.16	0.23	0.46	0.15	0	
	高分組	0.13	0.09	0.68	0.1	0	鑑別度： 0.404
	低分組	0.19	0.33	0.28	0.21	0	
試題品質 分析與建議	一、 試題分析						
	(一) 評量目標						
	1.本題給予一多項式，請學生找出因式分解之後的結果，期待學生能利用提公因式的方式進行因式分解。						
	2.先備知識 97 課綱						
	8-a-01 能熟練二次式的乘法公式。						
	8-a-06 能理解二次多項式因式分解的意義。						
	3.延伸知識 97 課綱						
	8-a-08 能利用乘法公式與十字交乘法做因式分解。						
	(二) 難度與鑑別度						
	本題鑑別度為 0.404，試題品質非常優良；						
通過率為 0.457，難易度 0.481，試題難度屬於中等。							
(三) 錯誤選項分析							
選項(1)設計想法：提出 $(x+1)$ 公因式後剩下來的式子化簡錯誤。							
選項(2)設計想法：提出 $(x+1)$ 公因式後剩下來的式子化簡錯誤。							
選項(4)設計想法：提錯公因式(將前面的 $3x+1$ 看成 $3x-1$)。							
二、 作答結果分析							
(一) 本題若是使用提出公因式來因式分解，難度在於 $(2x+2)$							

$(3x+1)-(x+1)(3x-1)$ 前後兩部份一開始看不出有一樣的公因式，要先整理成 $2(x+1)(3x+1)-(x+1)(3x-1)$ ，再將 $(x+1)$ 提出，另外剩下的運算也要小心減號分配律的運算部份要特別小心。

$$\begin{aligned} 2(x+1)(3x+1)-(x+1)(3x-1) &= (x+1)[2(3x+1)-(3x-1)] \\ &= (x+1)(3x+3) = 3(x+1)(x+1) \end{aligned}$$

除此之外亦可將此式乘開後同類項合併，再進行因式分解。

(二) 本題正確答案為選項 3，通過率為 45.7%。高分組通過率為 68%，低分組通過率有 28%，可能的原因如下：

1. 學生不清楚「計算」此多項式的意思就是化簡並因式分解，亦或是不清楚因式分解的方式。

2. 在因式分解的過程中，容易在提出公因式後整理剩下來的式子時發生計算錯誤，譬如

$$2(x+1)(3x+1)-(x+1)(3x-1) = (x+1)\boxed{[2(3x+1)-(3x-1)]}。$$

在框起來的算式中可能會算成 $(3x+1)$ 或是其他的樣子。

(三) 有 16% 的學生選擇選項 1(高分群有 13%)，這些學生可能反過來將後式 $(3x+1)$ 提出後將前式相減，得到

$$(3x+1)[(2x+2)-(x+1)] = (3x+1)(x+1)。$$

有 23% 的學生選擇選項 2(低分群有 33%)，這些學生可能在提出公因式的過程中遺漏了某些式子。

有 15% 的學生選擇選項 4，這些學生可能將後式 $(3x-1)$ 提出後將前式相減，得到

$$(3x-1)[(2x+2)-(x+1)] = (3x-1)(x+1)。$$

三、學習與教學建議

(一)學習困難點

如果對於無法直觀看出公因式或是不熟悉分配律運算的學生，可能會在此類型的因式分解題目產生困難。

(二)教學建議

首先帶領學生寫一些容易觀察出來有一樣公因式的題型，譬如

$(x+1)(3x+1)-(x+1)(2x-1)$ ，而後在提出公因式之後，請學生多加注意減號在分配到括號內部時所造成的影響，譬如

$$\begin{aligned} (x+1)(3x+1)-(x+1)(2x-1) &= (x+1)[(3x+1)-(2x-1)] \\ &= (x+1)[3x+1-2x+1] = (x+1)(x+2) \end{aligned}$$

科別	年級						
數學	數學科八年級						
題號	試題代碼				答案		
17					3		
題目	如果二元一次聯立方程式 $\begin{cases} x+2y=2 \\ 2x-y=4 \end{cases}$ 的解能滿足 $2x-5y+k=0$ ，則 $k=?$ ① 4 ② 5 ③ -4 ④ -5						
評量指標	7-a-08 能熟練使用代入消去法與加減消去法解二元一次方程式的解。						
認知歷程向度	程序執行						
解題分析	正確答案③ 做法或理由： $\begin{cases} x+2y=2\cdots\cdots① \\ 2x-y=4\cdots\cdots② \end{cases}$ $②\times 2:4x-2y=8\cdots\cdots③$ $①+③:5x=10, x=2$ 代入①： $2+2y=2, y=0$ $\Rightarrow 2\times 2-5\times 0+k=0, k=-4$						
古典理論 (CTT) 選項分析	選 項	1	2	3	4	其他	通過率： 0.624
	選項率	0.15	0.14	0.62	0.08	0	
	高分組	0.04	0.01	0.95	0.01	0	鑑別度： 0.653
	低分組	0.26	0.28	0.3	0.17	0	
試題品質 分析與建議	一、試題分析 (一) 評量目標 1. 本題評量內容是測驗學生是否熟練使用代入消去法與加減消去法解二元一次聯立方程式的解，並將二元一次聯立方程式的解代入另外一個方程式，進而求得答案。 2. 先備知識 97 課綱 7-a-04 能以等量公理解一元一次方程式，並做驗算。 7-a-05 能利用移項法則來解一元一次方程式，並做驗算。 7-a-07 能理解二元一次聯立方程式，及其解的意義，並能由具體情境中列出二元一次聯立方程式。						

3. 延伸知識為 97 課綱分年細目

7-a-14 能理解二元一次聯立方程式解的幾何意義。

(二) 難度、鑑別度

本題的鑑別度為 0.653，試題品質非常優秀；

通過率為 0.624，難易度 0.622，試題難度屬於中等偏易。

(三) 錯誤選項分析

錯誤選項 1 是將 $x=2, y=0$ ，代入 $2x-5y+k=0$ ， $4+k=0$ ，卻以為 $k=4$ 。

錯誤選項 2 是將 $x=0, y=1$ ，代入 $2x-5y+k=0$ ， $-5+k=0$ ，故選擇 $k=5$ 。

錯誤選項 4 是將 $x=0, y=1$ ，代入 $2x-5y+k=0$ ， $-5+k=0$ ，卻以為 $k=-5$ 。

二、作答結果分析

(一) 正確選項描述

本題的答案為選項 3，通過率約為 65%，顯示有六成五的學生能有效操作二元一次聯立方程式解的程序執行解題。

(二) 錯誤選項可能原因描述

從選項 1(15%)與選項 3(62%)的選答率推估大約有 8 成的學生會解二元一次聯立方程式，但是進一步將解代入另外一個方程式的過程中，極可能在負號上沒能注意到，而產生錯誤。而這樣的學生有 15%。另外就是大約有 2 成的受測學生無法正確解出二元一次聯立方程式。

(三) 高低能力組的答題特徵

高分組有九成五的學生答對本題，表示高分組大部分的學生都能理解此題。而低分組約有七成的學生無法順利解出二元一次聯立方程式的解。

三、學習與教學建議

(一) 學習困難點：本題的困難點有二

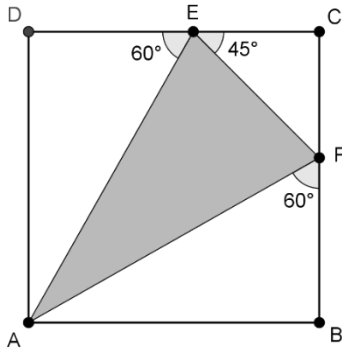
1. 雖能順利解出 $x=2, y=0$ ，但在代入 $2x-5y+k=0$ ，得 $4+k=0$ ，卻以為 $k=4$ 。

2. 無法正確解出聯立方程式的解

(二) 教學建議：

1. 培養學生在計算過程中，監控算式合理性的能力，例如：往前看一眼，將 $k=4$ 代回去 $4+k=0$ 中，得到 $4+4=0$ ，豈不是矛盾了嗎？

	<p>2. 針對無法正確解出聯立方程式的解，教師應重視學生個別的差異，因為學生錯誤之處式多樣的，應仔細檢視學生的解題歷程，讓學生明白其錯誤或是考慮不周之處。例如：當學生以 $x=0$，$y=1$ (第一個方程式的其中一組解)，作為聯立方程的解時，可指導這類學生代入另外一式，檢查是否能滿足。進而再次溝通聯立的解，必須同時滿足兩個方程式才算。</p>
--	--

科別	年級						
數學	數學科八年級						
題號	試題代碼				答案		
18					1		
題目	<p>如圖，正方形 ABCD 中有一內接三角形 AEF，若$\overline{AF}=2$，試求\overline{EF}長度。</p> <p>① $\sqrt{6}-\sqrt{2}$ ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 1</p> 						
評量指標	8-s-12 能理解特殊的三角形與特殊的四邊形的性質。						
認知歷程向度	解數學文字題						
解題分析	<p>正確答案① 做法或理由： 右下角為 30-60-90 的直角三角形，因此正方形的右下半段為 1， 上半段為$\sqrt{3}-1$，故 $x=\sqrt{6}-\sqrt{2}$</p>						
古典理論 (CTT) 選項分析	選 項	1	2	3	4	其他	通過率： 0.367
	選項率	0.37	0.27	0.16	0.2	0	
	高分組	0.65	0.19	0.06	0.1	0	鑑別度： 0.436
	低分組	0.22	0.29	0.25	0.25	0	
試題品質 分析與建議	<p>一、試題分析</p> <p>(一) 評量目標</p> <p>1.本題是複合圖形中長度量的計算，要求學生能理解 30-60-90 的特殊三角形的邊角關係，進而進行長度計算。</p> <p>2.先備知識 97 課綱 8-s-10 能理解三角形的基本性質。</p> <p>3.延伸知識 97 課綱 8-s-19 能熟練計算簡單圖形及其複合圖形的面積。</p> <p>(二) 難度、鑑別度</p> <p>本題鑑別度為 0.436，試題鑑別度非常優良； 通過率為 0.367，難易度 0.434，試題難度屬於中等偏難。</p>						

二、錯誤選項分析

選項 2 的設計想法，計算過程中，發生常見的根式誤算。

選項 3 的設計想法，發生特殊三角形的誤認。

選項 4 的設計想法，發生特殊三角形的誤認。

(一) 正確選項描述

本題內容為複合圖形中長度量的計算，正確答案為選項 1，學生若能理解 30-60-90 特殊三角形的邊角關係，正確辨識圖形中的特殊三角形，便能掌握此題。

(二) 錯誤選項可能原因描述

有 27% 的學生選擇選項 2，這些學生可能發生根式誤算，而選擇了選項 2。

有 16% 的學生選擇選項 3，這些學生可能錯認特殊直角三角形，而選擇了選項 3。

有 20% 的學生選擇選項 4，這些學生可能錯認特殊直角三角形，而選擇了選項 4。

(三) 高低能力組的答題特徵

本題高分組的通過率為 0.65，顯示對於高分組學生來說，這個題目也不容易，因為這是一個比較複雜的複合圖形。低分組的通過率只有 0.22，幾乎就是用猜測的。

三、教學建議

(一) 學習困難點

30-60-90 特殊三角形的邊角關係。

複合圖形邊長與角度等幾何量的計算。

(二) 教學建議

較複雜的複合圖形計算若有困難，可先將圖形簡化或拆解，降低學生的認知負荷。

例如在此題當中，可請學生先聚焦在三角形 ABF 上，三角形 ABF 為斜邊已知的特殊三角形，因此可推算出另外兩個邊，這對學生來說較為容易。

當三角形 ABF 兩股長都求出之後，就可以把焦點放在正方形 ABCD，這樣子一次處理一個圖形，最後再做整體圖形的統整。

科別	年級						
數學	數學科八年級						
題號	試題代碼				答案		
19					4		
題目	天狼星是夜空中最亮的恆星，與地球相距約 8 光年，一光年約 9.5×10^{12} 公里，請問下列選項中，何者數值最接近天狼星與地球相距之公里數？ ① 7×10^{12} ② 7×10^{13} ③ 8×10^{12} ④ 8×10^{13}						
評量指標	7-n-12 能用科學記號表示法表達很大的數或很小的數。						
認知歷程向度	程序執行						
解題分析	正確答案④ 做法或理由： $8 \times (9.5 \times 10^{12}) = 76 \times 10^{12} = 7.6 \times 10^{13}$ 最接近 8×10^{13}						
古典理論 (CTT) 選項分析	選 項	1	2	3	4	其他	通過率： 0.507
	選項率	0.07	0.19	0.23	0.51	0	
	高分組	0.01	0.12	0.1	0.77	0	鑑別度： 0.498
	低分組	0.15	0.22	0.35	0.28	0	
試題品質 分析與建議	一、試題分析 (一) 評量目標 1. 本題是程序執行題，測驗學生除了計算正確，是否能用科學記號表示法表達很大的數或很小的數。 2. 先備知識 97 課綱 6-n-07：能在具體情境中，對整數極小數在指定為數取概數(含四捨五入法)，並做加、減、乘、除之估算。 7-n-10：能理解指數為非負整數的次方，並能運用到算式中。 3. 延伸知識 理解 10^n 中的 n ，其實是一種刻畫數字大小與做比較的有效指標(即所謂的「數量級」。 (二) 難度、鑑別度 本題鑑別度為 0.498，試題品質非常優良； 通過率為 0.507，難易度 0.525，試題難度屬於中等。 (三) 錯誤選項分析 錯誤選項 1：計算錯誤，且未將數值轉化成科學記號。 錯誤選項 2：誤以為 7.6 較靠近 7。						

錯誤選項 3：計算後忘了將數值化成科學記號。

二、作答結果分析

正確選項 4：本題通過率為 50.7%，說明有五成的學生能正確進行數的運算且熟悉指數律的運算，本題高分組有 77% 的學生答對。

錯誤選項 1：有 7% 的學生選擇此選項，且低分組有 15% 的學生，說明學生計算錯誤且忘了將數值化成科學記號。

錯誤選項 2：有 19% 的學生選擇此選項，且低分組有 22% 的學生，說明學生將數字相乘且化成科學記號後得到 7.6，誤以為該數值較接近 7。

錯誤選項 3：有 12% 的學生選擇此選項，且低分組有 35% 的學生，說明學生雖然知道 7.6 較接近 8，但忘了將算出來的數值化成科學記號的表示法。

三、教學建議：

(一) 學習困難點

1. 不清楚要如何對數值的做估算。
2. 對於要將一個很大或很小的數表示成 $a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq a < 10$ ， n 為整數，學生在轉換科學記號的過程中，容易將「 n 」計算錯誤且未將 a 的範圍限制在 $1 \leq a < 10$ 。

(二) 教學建議

1. 讓學生複習如何做數值的估算。
2. 教師可先從學生已知的單位「千」、「萬」、「億」、「兆」等單位出發，讓學生熟悉科學記號的寫法。
3. 提醒學生科學記號表示法「 $a \times 10^n$ 」， a 與 n 的範圍，其中 $1 \leq a < 10$ ，需特別注意。
4. 利用不同例子讓學生理解，若將一個很大的數表示成科學記號「 $a \times 10^n$ 」，其中 n 為正整數，即表示這個數共有 $(n + 1)$ 位數。
例如： 5.6×10^8 表示 560000000 為 9 位數。
5. 若將一個很小的數表示成科學記號「 $a \times 10^n$ 」，其中 n 為負整數，即表示這個數從第 $(-n)$ 位數的數字開始不為 0。
例如： 6×10^{-5} 表示 0.00006 從小數點後第 5 位數的數字開始不為 0，且開始不為 0 的數字是 6。

科別	年級						
數學	數學科八年級						
題號	試題代碼				答案		
20					3		
題目	直角坐標平面上，四條直線方程式 $x+y=2$ ， $x+y=-2$ ， $y=3$ ， $y=-3$ 的圖形所圍成的區域，面積為多少平方單位？ ①10 ②12 ③24 ④36						
評量指標	7-a-13 能在直角坐標平面上描繪二元一次方程式的圖形。						
認知歷程向度	解數學文字題						
解題分析	正確答案③ 設計想法：學生透過直角坐標繪圖，描繪出方程式會兩兩相交成一個平行四邊形，透過觀察，找出底為 4，高為 6，進而求出正確面積為 24						
古典理論 (CTT) 選項分析	選項	1	2	3	4	其他	通過率： 0.359
	選項率	0.13	0.33	0.36	0.18	0	
	高分組	0.04	0.33	0.53	0.1	0	鑑別度： 0.29
	低分組	0.22	0.3	0.24	0.24	0	
試題品質 分析與建議	一、試題分析 (一) 評量目標 1.本題給定四條直線方程式，要求學生選出圖形所圍成的四邊形區域面積，評量學生能否理解二元一次方程式圖形與直線的關係。 2.先備知識 97 課綱 7-a-10 能認識常數函數及一次函數。 7-a-11 能理解平面直角坐標系。 7-a-12 能在直角坐標平面上描繪常數函數及一次函數的圖形。 3.延伸知識 97 課綱 7-a-14 能理解二元一次聯立方程式解的幾何意義。 (二) 難度、鑑別度 本題鑑別度為 0.29，試題品質尚可； 通過率為 0.359，難易度 0.387，試題難度屬於中等偏難。						

(三) 錯誤選項分析

錯誤選項 1：直接將題目中，四條直線方程式的常數項取絕對值相加。

錯誤選項 2：僅算出在 x 軸上方所圍出的平行四邊形面積。

錯誤選項 4：直接將題目中，四條直線方程式的常數項取絕對值相乘。

二、作答結果分析

- (一) 本題正確答案為選項 3，通過率有 36%，高分組的通過率僅達 53%，低分組有 24% 的學生答對，不過低分組中仍有超過一半的同學無法找出方程式圖形所圍成的區域面積。建議教師參考下面補救教學的建議，針對學生進行補救教學。
- (二) 有 33% 的學生，尤其有 33% 的高分組學生選擇選項 2，這些學生可能忽略題意，僅算出圖形在 x 軸上方所圍出的四邊形面積，或無法找出方程式圖形所圍成的區域面積，
- (三) 有 18% 的學生，即使是低分組也有 24% 的學生選擇選項 4，這些學生可能直接將題目中，四條直線方程式的常數項取絕對值相乘，無法找出方程式圖形所圍成的區域面積。
- (四) 有 13% 的學生，尤其有 22% 的低分組學生選擇選項 1，這些學生可能直接將四條直線方程式的常數項取絕對值相加，無法找出方程式圖形所圍成的區域面積。

三、學習與教學建議

(一) 學習困難點

- 1. 學生對於找出兩條直線方程式交點有困難，無法利用代入 x 坐標，得到 y 坐標。
- 2. 學生對於多條直線方程式在同一個坐標平面上，找出四個交點，並與圖形圍成的面積，連結性較弱，致無法找出平行四邊形的底與高及其面積。

(二) 教學建議

- 1. 建議教師採描繪已知點的方法來繪製一次函數的圖形時，應強化代入 x 坐標得到 $f(x)$ 即 y 坐標的過程。
- 2. 建議教師在學生學會以描繪已知點的方法來繪製一次函數的圖形後，可再請學生舉出幾個符合函數的點，並請學生描繪在圖形上，加強學生函數與其圖形的連結。
- 3. 下面以「畫出二元一次方程式 $2x-3y=6$ 在直角坐標平面上的圖形」為例，說明如何幫助學生解題。
 - (1). 先溝通二元一次方程式的解（有無限多組解）符合 $2x-3y=6$

	<p>的解，有$\begin{cases} x=0 \\ y=-2 \end{cases}$、$\begin{cases} x=3 \\ y=0 \end{cases}$、$\begin{cases} x=6 \\ y=2 \end{cases}$、...等。</p> <p>(2).說明可以將這些解看成有序數對如$(0,-2)$、$(3,0)$、$(6,2)$、...等，標示在直角坐標平面上。</p> <p>(3).察覺二元一次方程式的解在直角坐標平面上的圖形是一條直線。</p> <p>(4).說明兩點可以決定一條直線，因此只要找到兩組解所標出的兩個點，就能描繪出二元一次方程式的圖形。</p>
--	--

科別	年級						
數學	數學科八年級						
題號	試題代碼				答案		
21					4		
題目	哥哥與弟弟各有數張球員卡。已知弟弟給哥哥 5 張後，哥哥的張數就是弟弟的 2 倍；若哥哥給弟弟 10 張，兩人的張數就一樣多。設哥哥的張數為 x 張，弟弟的張數為 y 張，則依題意可列出下列哪一個聯立方程式？ <div><div>① $\begin{cases} 2(y-5)=x \\ y=x-10 \end{cases}$</div><div>② $\begin{cases} y-5=2x \\ y=x-10 \end{cases}$</div><div>③ $\begin{cases} y-5=2x \\ y+10=x-10 \end{cases}$</div><div>④ $\begin{cases} 2(y-5)=x+5 \\ y+10=x-10 \end{cases}$</div></div>						
評量指標	7-a-07 能理解二元一次聯立方程式，及其解的意義，並能由具體情境中列出二元一次聯立方程式。						
認知歷程向度	解情境文字題						
解題分析	正確答案④ 做法或理由： 由弟弟給哥哥 5 張後，哥哥的張數就是弟弟的 2 倍， 可列式： $2(y-5)=x+5$ 由哥哥給弟弟 10 張，兩人的張數就一樣多，可列式： $x-10=y+10$ ，故選④						
古典理論 (CTT) 選項分析	選 項	1	2	3	4	其他	通過率： 0.387
	選項率	0.15	0.25	0.21	0.39	0	
	高分組	0.08	0.09	0.09	0.73	0	鑑別度： 0.563
	低分組	0.21	0.34	0.28	0.17	0	
試題品質 分析與建議	一、試題分析 (一)評量目標 1. 本題所測驗的能力為「7-a-07 能理解二元一次聯立方程式，及其解的意義，並能由具體情境中列出二元一次聯立方程式。」本題為情境文字題，測驗學生是否能釐清題目中的數量關係，選擇相對						

	<p>應的的二元一次聯立方程式。</p> <p>2. 先備知識 97 課綱</p> <p>7-a-01 能熟練符號的意義，及其代數運算。</p> <p>7-a-02 能用符號算式記錄生活情境中的數學問題。</p> <p>7-a-03 能理解一元一次方程式及其解的意義，並能由具體情境中列出一元一次方程式。</p> <p>7-a-06 能理解二元一次方程式及其解的意義，並能由具體情境中列出二元一次方程式</p> <p>3. 延伸知識 97 課綱</p> <p>7-a-08 能熟練使用代入消去法與加減消去法解二元一次方程式的解。</p> <p>(二)難度、鑑別度</p> <p>本題鑑別度 0.563，表示試題品質非常優良；</p> <p>通過率為 0.387，難易度 0.450，試題難度屬於中等偏難。</p> <p>(三)錯誤選項分析</p> <p>錯誤選項 1</p> <p>忽略了弟弟給哥哥 5 張後，哥哥要多 5 張，也忽略了哥哥給弟弟 10 張後，弟弟要多 10 張。</p> <p>錯誤選項 2</p> <p>忽略了弟弟給哥哥 5 張後，哥哥要多 5 張，並弄錯了倍數關係。同時也忽略了哥哥給弟弟 10 張後，弟弟要多 10 張。</p> <p>錯誤選項 3</p> <p>忽略了弟弟給哥哥 5 張後，哥哥要多 5 張，並弄錯了倍數關係。</p> <p>二、作答結果分析</p> <p>(一)正確選項描述</p> <p>正確選項是 4，本題通過率為 38.7%，表示有不到四成的受測學生能正確解讀複雜的數量關係。</p> <p>(二)錯誤選項可能原因描述</p> <p>1. 從選項 1、2、3 的選答率可推估，有高達六成的受測學生有單從文字敘述直譯的現象，無法釐清題目中的數量關係，僅注意到文字表面上的關係。例如當弟弟給哥哥 5 張，當然弟弟會少 5 張，而哥哥會多 5 張。但題目中，只寫弟弟給哥哥，所以學生常僅能顧及弟弟少了。從選項 2、3 的選答更可看出，當題目中的數量關係，有提到誰是誰的幾倍時，學生常常無法正確以數學式子表達。常將 2 倍記錄在較多者的一方。即甲是乙的 2 倍，會直觀地記錄成 $2 \text{ 甲} = \text{乙}$。箇中原因值得進一步探究。</p> <p>(三)高低能力組的答題特徵</p>
--	---

在答錯的高低分組學生中，都不約而同地有忽略一方減少，另一方應增加的完整訊息，同時對於倍數的記錄同樣會影響。

三、學習與教學建議

(一)學習困難點

1. 當甲方給乙方時(甲方減少)，僅注意到題目所提到的，而忽略乙方會增加的訊息，應呈現在相對應的式子中。
2. 當甲方是乙方的 2 倍時，常直觀地記錄成 $2 \text{ 甲} = \text{乙}$ 。(極可能是因為甲方較多，為了強調，所以將 2 倍記錄在甲方。)

(二)教學建議

1. 學生在解題的過程中，經常會僅考慮單一訊息，教師可以透過具體操作與記錄，讓學生觀察甲、乙兩方的卡片數量變化。也可以使用較為口語化的口吻，帶領學生分段分析題意。具體的案例，可參見台灣師大數學教育中心所開發的閱讀為本教材，連結網址如下：
http://www.sdime.ntnu.edu.tw/page21/super_pages.php?ID=page204&Sn=13，
請見七下第 1 章應用問題篇幅。
2. 對於將倍數直觀記錄與關係式，混為一談，可以透過數值，協助學生釐清。例如 10 是 5 的 2 倍，應如何記錄?得到 $10 = 5 \times 2$ 之後，將 10 的位置換成甲，5 的位置成乙，甲是乙的 2 倍，應如何記錄?試試看並比較之。

科別	年級						
數學	數學科八年級						
題號	試題代碼					答案	
22						3	
題目	直角坐標平面上，兩條直線方程式 $ax-3y=12$ 與 $x+ay=8$ 的圖形交於一點，交點恰好在 y 軸上，則 $a=?$ ①8 ② $\frac{3}{2}$ ③-2 ④-4						
評量指標	7-a-14 能理解二元一次聯立方程式解的幾何意義。						
認知歷程向度	解數學文字題						
解題分析	正確答案③ 做法或理由：由題意交點在 y 軸，設交點 $(0,y)$ 代入方程式 $ax-3y=12$ ，得 $y=-4$ 交點 $(0,-4)$ 代入方程式 $x+ay=8$ 得 $a=-2$ 。						
古典理論 (CTT) 選項分析	選項	1	2	3	4	其他	通過率： 0.434
	選項率	0.16	0.26	0.43	0.15	0	
	高分組	0.05	0.2	0.71	0.04	0	鑑別度： 0.465
	低分組	0.25	0.28	0.25	0.23	0	
試題品質 分析與建議	一、試題分析 (一) 評量目標 1.本題給定二條各有一個係數未知的直線方程式及其交點所落的位置，要求學生找出方程式中 x 項及 y 項的係數，評量學生是否能理解二元一次聯立方程式解的幾何意義。 2.先備知識 97 課綱 7-a-06 能理解二元一次方程式及其解的意義，並能由具體情境中列出二元一次方程式。 7-a-07 能理解二元一次聯立方程式，及其解的意義，並能由具體情境中列出二元一次聯立方程式。 7-a-11 能理解平面直角坐標系。 7-a-13 能在直角坐標平面上描繪二元一次方程式的圖形。						

3.延伸知識 97 課綱

9-a-02 能描繪二次函數的圖形。

(二) 難度、鑑別度

本題鑑別度為 0.47，試題品質非常優良；

通過率為 0.43，難易度 0.479，試題難度屬於中等。

(三) 錯誤選項分析

錯誤選項 1：將 $(0, y)$ 代入方程式 $x + ay = 8$ 得 $ay = 8$ ，視為 $y = 8$ 。

錯誤選項 2：觀念或運算有誤，無法找出 a 的值。

錯誤選項 4：將 $(0, y)$ 代入 $ax - 3y = 12$ ，得 $y = -4$ ，視為 $a = -4$ 。

二、作答結果分析

(一) 本題正確答案為選項 3，通過率有 43%，高分組的通過率 71%，低分組有 25% 的學生答對，不過低分組中仍有超過一半的同學無法找出方程式中 x 項及 y 項的係數。建議教師參考下面補救教學的建議，針對低分組學生進行補救教學。

(二) 有 26% 的學生，尤其有 28% 的低分組學生選擇選項 2，這些學生可能觀念或運算有誤，無法找出方程式中的係數。

(三) 有 16% 的學生，尤其有 25% 的低分組學生選擇選項 1，這些學生可能直接將 $(0, y)$ 代入方程式 $x + ay = 8$ 得 $ay = 8$ ，視為 $y = 8$ 。

(四) 有 15% 的學生，即使是低分組也有 23% 的學生選擇選項 4，這些學生可能將 $(0, y)$ 代入 $ax - 3y = 12$ ，得 $y = -4$ ，視為 $a = -4$ 。

三、學習與教學建議

(一) 學習困難點

1. 學生對於給定的兩個方程式，其中分別有一個係數未知，因此在計算時易忽略點坐標有序數對的意義，而代入錯誤的未知數，甚至計算出錯誤的結果。

2. 學生對於聯立方程式解的幾何意義，連結較薄弱，致無法求出正確的值。

(二) 教學建議

1. 先溝通二元一次方程式有無限多組解，將這些解看成有序數對，標示在直角坐標平面上的圖形是一條直線。我們稱二元一次方程式的圖形是一直線。下面以「畫出二元一次方程式 $2x - 3y = 6$ 在直角坐標平面上的圖形」為例來說明。

(a) 先溝通二元一次方程式的解（有無限多組解）符合 $2x - 3y = 6$ 的解，有 $x=3, y=0$ 、 $x=0, y=-2$ 、 $x=6, y=2$ 等。

(b) 說明可以將這些解看成有序數對如 $(3, 0)$ 、 $(0, -2)$ 、

	<p>(6, 2)、...等，標示在直角坐標平面上。</p> <p>(c)察覺二元一次方程式的解在直角坐標平面上的圖形是一條直線。</p> <p>2.解二元一次聯立方程式可以得到這兩個方程式的共同解。共同解形成的有序數對可以標示為直角坐標平面上的點，這個點就是兩個二元一次方程式圖形在直角坐標平面上的交點。</p> <p>3.題目中提供兩個直線方程式的交點，但是這兩個直線方程式分別有一個係數未知，交點的有序數對是這兩個直線方程式的解，分別代入可以解出未知係數。</p>
--	---

科別	年級						
數學	數學科八年級						
題號	試題代碼				答案		
23					3		
題目	關於方程式 $(4x+7)(-x+2)=(-x+2)(3x-8)$ 解的敘述，下列何者正確？ ① 方程式只有一解，而且這個根是正數 ② 方程式有兩解，而且兩根的正、負號相同 ③ 方程式有兩解，而且一根為正數，一根為負數 ④ 方程式無解						
評量指標	8-a-10 能利用因式分解來解一元二次方程式。						
認知歷程向度	邏輯推理						
古典理論 (CTT) 選項分析	選 項	1	2	3	4	其他	通過率： 48.3%
	選項率	0.15	0.18	0.48	0.18	0	
	高分組	0.06	0.12	0.71	0.1	0	鑑別度： 0.405
	低分組	0.22	0.25	0.31	0.22	0	
試題品質 分析與建議	一、試題分析 (一)評量目標 1. 本題是邏輯推理試題，評量學生是否能利用因式分解或等量公理等運算規則，來推導出一元二次方程式解的情形。 2. 先備知識 97 課綱 8-a-08 能利用乘法公式與十字交乘法做因式分解。 3. 延伸知識 97 課綱 8-a-11 能利用配方法解一元二次方程式。 8-a-12 能利用一元二次方程式解應用問題。 (二)難度、鑑別度 本題鑑別度為 0.405，試題品質非常優秀； 通過率為 0.483，難易度 0.512，試題難度中等。 (三)錯誤選項分析 1. 選項(1)：不知道未知數不可使用等量除法公理。 2. 選項(2)：計算錯誤，也許是移項沒有變號。 3. 選項(4)：方程式的解，概念模糊不清。						
	二、作答結果分析 (一)正確選項描述 選項(3)為正確選項。有 48.3%的學生可以正確判斷。 (二)錯誤選項可能原因描述 1. 選項(1)：有 15%的學生選這個選項。顯示學生不知道未知數不可使用等量除法公理，會少 1 個解。 2. 選項(2)：有 18%的學生選這個選項。顯示學生運算過程發生錯誤。						

	<p>3. 選項(4)：有 18% 的學生選這個選項。顯示學生運算過程發生錯誤。</p> <p>(三) 高低能力組的答題特徵</p> <p>本題正確選項(3)，在高分組的通過率為 71%，顯示多數的高分組學生已經可以利用因式分解來解一元二次方程式。另外低分組學生有 31%，顯示多數的低分組學生對於利用因式分解來解一元二次方程式有相當的難度。</p> <p>三、學習與教學建議</p> <p>(一) 學習困難點：</p> <p>利用等量公理解一元二次方程式，是常發生迷思概念的部分，也是這裡的學習困難點。有的學生甚至只熟悉公式解，所以遇到此類的問題會有點不知所措，因此造成計算錯誤。</p> <p>(二) 教學建議：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 在解一元二次方程式，常見的是因式分解、配方法、公式解等方法。而在八年級分年細目詮釋(8-a-10)中提到，能利用等量公理解一元二次方程式。建議可以本題$(4x+7)(-x+2) = (-x+2)(3x-8)$為教學示例，讓學生討論解的性質並訓練邏輯推理。由方程式等式兩邊可得，若$-x+2=0$，則等式兩邊都為 0，所以$x=2$為此方程式的一個解。若$-x+2 \neq 0$，兩邊同除以$(-x+2)$，得$4x+7=3x-8$，即$x=-15$，亦為此方程式的一個解。因此$x=2$、-15為此方程式的兩個解。 2. 再配合提出公因式的解法，原方程式得$(4x+7)(-x+2) - (-x+2)(3x-8) = 0$，即$(-x+2)(x-15) = 0$，此方程式的兩個解為$x=2$、$-15$。這樣的教學序列可以讓學生避免減根的迷思概念。
--	--

科別	年級						
數學	數學科八年級						
題號	試題代碼					答案	
24						2	
題目	在坐標平面上，下列哪一個點與(3, -1)的距離為5？ ① (0, 5) ② (0, 3) ③ (3, -4) ④ (6, 1)						
評量指標	8-s-09 能熟練直角坐標上任兩點的距離公式。						
認知歷程向度	程序執行						
解題分析	正確答案② 做法或理由： $\sqrt{(3-0)^2 + (-1-3)^2} = 5$						
古典理論 (CTT) 選項分析	選 項	1	2	3	4	其他	通過率： 0.343
	選項率	0.16	0.34	0.24	0.26	0	
	高分組	0.07	0.63	0.1	0.2	0	鑑別度： 0.444
	低分組	0.24	0.19	0.32	0.25	0	
試題品質 分析與建議	<p>一、 試題分析</p> <p>(一) 評量目標</p> <p>1. 本題主要是測驗學生是否會計算直角坐標平面上任兩點的距離。</p> <p>2. 先備知識 97 課綱 8-s-09 能熟練直角坐標上任兩點的距離公式。</p> <p>3. 延伸知識 97 課綱 8-s-08 能理解畢氏定理 (Pythagorean Theorem) 及其應用。 7-a-11 能運用直角座標系來標定位置。</p> <p>(二) 難度、鑑別度</p> <p>本題鑑別度為 0.343，試題品質優良； 通過率為 0.444，難易度 0.411，試題難度屬於中等。</p> <p>(三) 錯誤選項分析</p> <p>錯誤選項 1：(0, 5)中的 y 座標 5，使學生誤以為是與(3, -1)的</p>						

距離。

錯誤選項 3：將 $(3, -4)$ 與原點的距離為 5 視為答案。

錯誤選項 4：將兩點的 x 坐標、 y 坐標分別相減的結果再相加做為答案。

二、 作答結果分析

- (一) 本題正確答案為選項 2，通過率有 34%，高分組的通過率為 63%，低分組只有 19% 的學生答對，低分組中每個選項的選答率均在 20%~30% 之間，顯然低分組同學對於直角坐標平面上計算兩點距離公式的了解或使用方法仍然不熟悉，而隨意猜測答案。建議教師參考下面補救教學的建議，針對低分組學生進行補救教學。
- (二) 有 16% 的學生，尤其有 24% 的低分組學生選擇選項 1，這些學生對於直角坐標系統中點的坐標認識待加強，只見選項裏有 5 這個數字便認為是兩點的距離。
- (三) 有 24% 的學生，尤其有 32% 的低分組學生選擇選項 3，這些學生可能知道距離公式的樣子，就是根號裏有兩個數的平方和，但並沒有很清楚這兩數分別是兩點 x 坐標、 y 坐標的差。
- (四) 有 26% 的學生，尤其低分組也有 25% 的學生選擇選項 4，這些學生在計算直角坐標平面上兩點的距離仍然停留在七年級時數線上計算兩點距離的方式，也就是只計算兩點 x 坐標、 y 坐標的差然後再把兩個距離加起來作為平面上兩點的距離，並不曉得再利用商高定理求出正確距離。

三、 學習與教學建議

(一) 學習困難點

直角坐標平面可說是學生從學習代數學進入幾何學的關鍵入口，學生見到坐標 (a, b) 是否能馬上與直角坐標平面上相對應的點產生連結是學習的關鍵。

(二) 教學建議

1. 教師可讓學生先熟悉直角坐標平面上點是如何標示的，並反過來能說出平面上點的坐標。教師可利用動態幾何軟體輔助學生了解平面系統的運作方式。
2. 在介紹距離公式時，教師應避免單純只做公式帶入計算，建議可畫出平面上相對應的點及相連的線段，讓學生對於點及距離的幾何意義產生連結。

科別	年級						
數學	國中七年級						
題號	試題代碼				答案		
25					2		
題目	關於方程式 $17+x\div 3=2$ 的解法，下列哪一位同學的做法即可得到 x 的值？						
	<u>棟棟</u> ：2 先乘以 3，再減 17。						
	<u>名人</u> ：2 先減 17，再乘以 3。						
	<u>小惠</u> ：17 先減 2，再除以 3。						
	<u>琪琪</u> ：17 先加 2，再乘以 3。						
	① <u>棟棟</u>						
	② <u>名人</u>						
	③ <u>小惠</u>						
	④ <u>琪琪</u>						
評量指標	7-a-05 能利用移項法則來解一元一次方程式，並做驗算。						
認知歷程向度	解數學文字題						
古典理論 (CTT) 選項分析	選 項	1	2	3	4	其他	通過率： 0.489
	選項率	0.28	0.49	0.15	0.08	0	
	高分組	0.13	0.82	0.04	0.02	0	鑑別度： 0.575
	低分組	0.34	0.24	0.26	0.15	0	
試題品質 分析與建議	一、試題分析						
	(一)評量目標						
	1.本題所測驗的能力為「7-a-05 能利用移項法則來解一元一次方程式，並做驗算」。本題為數學文字題，測驗學生是否理解題目中的數學用語，並根據移項法則(或等量公理)進行推論或計算以判斷出正確答案。						
	2.先備知識 97 課綱						
	6-a-01 能理解等量公理。						
	7-a-03 能理解一元一次方程式及其解的意義，並能由具體情境中列出一元一次方程式。						
	7-a-04 能以等量公理解一元一次方程式，並做驗算						
	3.延伸知識 97 課綱						
	7-a-08 能熟練使用代入消去法與加減消去法解二元一次方程式的解。						
	7-n-14 能熟練比例式的基本運算。						
	7-a-17 能解出一元一次不等式						
	(二)難度、鑑別度						

	<p>本題鑑別度 0.575，試題品質非常優良； 通過率為 0.489，難易度 0.529，試題難度屬於中等。</p> <p>(三)錯誤選項分析</p> <p>錯誤選項 1 搭配正確答案設計，將順序調換，刻意強調先乘，再減。 錯誤選項 3 仍圍繞正確答案設計，製造可能的做法。 錯誤選項 4 仍圍繞正確答案設計，製造可能的做法。</p> <p>二、作答結果分析</p> <p>(一)正確選項描述</p> <p>正確選項是 2，本題通過率是 49%，表示許多受測學生無法有效掌握以文字敘述運算過程的方式。</p> <p>(二)錯誤選項可能原因描述</p> <p>錯誤選項 1：有 34% 的學生選擇了這個選項，極可能是受了先乘除後加減的運算規則所影響。認定這個規則適用於任何時候。 錯誤選項 3、4：是圍繞正確選項設計，分別有 15%、8% 的人選擇。</p> <p>(三)高低能力組的答題特徵</p> <p>在答錯的學生中，高分組與低分組均有乘除後加減的現象。應是錯誤的主要原因。同時，高分組的學生選擇 3、4 的人數比率相對少很多，但是低分組的學生呈現非常多樣的想法，也突顯差異化教學的困難。</p> <p>三、學習與教學建議</p> <p>(一)學習困難點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.未正確使用先乘除後加減的規則。 2.無法將程序運算的經驗與本題文字敘述作正確的連結。 <p>(二)教學建議</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.單純請學生進程序性的計算本題 學生可能會表現得比較好，顯示有許多學生無法精準掌握自己的執行過程與外在的描述進行相對應的連結。例如本題中的需要「減 17」、「乘以 3」這兩個動作。 2.診斷學生發生問題的根源 因為在解方程式的過程中，每一步驟，都能暫時性的得到一個答案，我們是習慣檢視讓每一個步驟都合理。因此，比較少去細想這些動作的順序不同，會對最後結果有怎樣的影響。另外，本題，相當於反過來要求會正確算的人，需要對自己的所有動作進行包裹式的描述。本題就在「減 17」、「乘以 3」這兩個動作，只要有執行應該都可以的直觀下，又極可能受到乘除位階高於加減的影響。使得多數人的錯誤集中在選項 1。 3.使用學生有感的例子，協助其了解、釐清錯誤之處。
--	---

科別	年級						
數學	數學科八年級						
題號	試題代碼					答案	
26						2	
題目	計算 $(6x^2+13x+2)\div(2x+4)$ 之餘式為何？ ① $x+2$ ② 0 ③ 2 ④ $3x+\frac{1}{2}$						
評量指標	8-a-04 能熟練多項式的加、減、乘、除四則運算。						
認知歷程向度	程序執行						
古典理論 (CTT) 選項分析	選 項	1	2	3	4	其他	通過率： 0.259
	選項率	0.35	0.26	0.09	0.3	0	
	高分組	0.35	0.43	0.01	0.21	0	鑑別度： 0.248
	低分組	0.28	0.18	0.2	0.34	0.01	
試題品質 分析與建議	一、試題分析						
	(一) 評量目標						
	1. 本題是程序執行題，評量學生是否理解多項式除法的運算。						
	2. 先備知識 97 課綱						
	7-a-01 能熟練符號的意義，及其代數運算。						
	7-n-07 能熟練數的運算規則。						
	3. 延伸知識 97 課綱						
	8-a-04 能熟練多項式的加、減、乘、除四則運算。						
	(二) 難度、鑑別度						
	本題鑑別度為 0.248，其試題品質尚可；						
通過率為 0.259，難易度 0.301，試題難度屬於中等偏難。							
試題品質 分析與建議	(三) 錯誤選項分析						
	1. 選項(1)設計想法：誤以為係數小即為次數小。						
	2. 選項(3)設計想法：直接把被除式的常數項當餘式。						
	3. 選項(4)設計想法：誤將商式當餘式。						
	二、作答結果分析						
	(一) 正確選項描述						
	選項(2)為正確選項。只有 25.9%的學生可以正確判斷，比選項(1)的 35%還低。						
	(二) 錯誤選項可能原因描述						
	選項(1)：有 35%的學生選這個選項。顯示學生誤以為係數小						

即為次數小。

選項(3)：有 9% 的學生選這個選項。顯示學生直接把被除式的常數項當餘式。

選項(4)：有 30% 的學生選這個選項。顯示學生誤將商式當餘式。

(三) 高低能力組的答題特徵

1. 本題正確選項(2)，在高分組學生的通過率為 43%，顯示只有不到半數的高分組學生已經可以正確處理除式係數不為 1(如 $2x+4$)的多項式除法。另外低分組學生有 18%，顯示多數的低分組學生也是無法處理這類型的問題。
2. 本題選項(1)，在高分組學生的選項率為 35%，低分組學生有 28%，且整體選項率 35%，甚至超過正確選項(2)，顯示學生對於多項式的除法原理是理解不清的，尤其是餘式次數要比除式小，容易將係數小就視為多項式較小。

三、學習與教學建議

(一) 學習困難點：

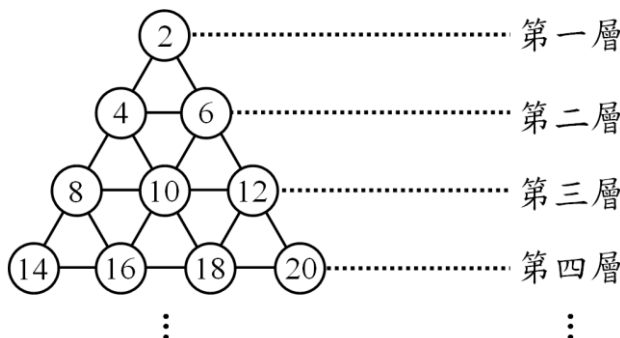
多項式除法的學習困難點在於：

1. 餘式是 0 或次數要比除式小。
2. 將商式誤認為餘式。
3. 多項式的係數並不一定要整數。
4. 誤以為多項式的係數都是整數。

(二) 教學建議：

1. 複習整數除法原理的概念。如將 $13=3\times 4+1$ 用長除法來表示，強調餘數小於除數。
2. 建議從兩個一次多項式的除法開始探討，餘式可以分成正數、0、負數。如用長除法來觀察 $3x+5=(x+1)\times 3+2$ ； $3x+3=(x+1)\times 3+0$ ； $3x+1=(x+1)\times 3+(-2)$ 。比較整數除法，餘數要小於除數，那麼多項式如何比較大小？釐清兩個多項式是沒有大小關係，只有次數大小。
3. 接著，討論二次多項式除以一次多項式的除法情形，如用長除法來觀察 $6x^2+13x+12=(x+1)(6x+7)+5$ ； $6x^2+13x+7=(x+1)(6x+7)+0$ ； $6x^2+13x+2=(x+1)(6x+7)+(-5)$ ，再到如本題 $6x^2+13x+2=(2x+4)(3x+\frac{1}{2})+0$ ，特別強調商式的係數並不一定要整數。
4. 因為八年級分年細目詮釋(8-a-04)要求被除式為二次多項式，所以建議可多討論兩個二次多項式的除法，並讓餘式為一次式，用長除法來觀察： $6x^2+13x+12=(x^2+x+1)\times 6+(7x+6)$ ，再次強調餘式次數要小於除式次數。

選填題 A

科別	年級					
數學	數學科八年級					
題號	試題代碼			答案		
選填題 A				68		
題目	將偶數依序由上而下，由左而右排列，使第一層有 1 個偶數，第二層有 2 個偶數，第 n 層有 n 個偶數，如圖(六)。則第八層由左數來第 6 個偶數是 <u>①②</u> 。					
	<div></div> <p>圖(六)</p>					
評量指標	8-n-05 能觀察出等差數列的規則性，並能利用首項、公差計算出等差數列的一般項。					
認知歷程向度	解數學文字題					
古典理論 (CTT) 選項分析	答案	68	70	72	42	通過率： 0.589
	整體百分比%	58.9	4.6	4.3	3.2	
	高分組(%)	81.5	3	3.1	1.2	鑑別度： 0.714
	低分組(%)	34.6	5	4.7	4.7	
試題品質 分析與建議	一、試題分析 (一) 評量目標 1. 本題是數學文字題，評量學生是否能觀察出數列的規則性，來解決問題。 2. 先備知識 97 課綱 8-n-04 能在日常生活中，觀察有次序的數列，並理解其規則性。 3. 延伸知識 97 課綱 8-n-06 能理解等差級數求和的公式，並能解決生活中相關的問題。 (二) 難度、鑑別度 本題鑑別度為 0.714，試題品質非常優良； 通過率為 0.589，難易度 0.583，試題難度屬於中等。					
	二、作答結果分析 (一) 正確答案描述					

	<p>正確答案為 68。有接近六成的學生能發現數型規律。</p> <p>(二) 錯誤答案可能原因描述 有 4.6% 的學生填了 70、4.3% 填了 72，這應該是沒有注意到是第八層的第 6 個；3.2% 的學生填了 42，這應該是誤將題目看成是第六層的第 6 個。</p> <p>(三) 高低能力組的答題特徵 高分組有 81.5% 的學生可以正確找到答案；低分組只有 34.6%，顯示對於尋找數字規律有一定的困難。</p> <p>三、學習與教學建議</p> <p>(一) 學習困難點： 此處的學習困難點是如何從直接數數，到按照數型規律作有效率且精確地找出第 n 項(一般項)或(遞迴)關係式。如由本題的答對率(58.9%)來看，學生可以看出這是等差數列，所以只要按照等差的規律數到第八層第 6 個，就可以找到答案 68，即找到了第 n 項；但若是學生也可以發現：第二層首位＝第一層首位＋2；第三層首位＝第二層首位＋4；第四層首位＝第三層首位＋6；第五層首位＝第四層首位＋8；以此類推觀察出第八層由左數來第 6 個為 68，即是找出(遞迴)關係式。</p> <p>(二) 教學建議： 學生在學習等差數列或等差級數時，常會忽略了數型規律，而只專注於公式的使用，因此如本題將等差數列做了不同形式的排列，學生就遇到了困難。因此提出下列教學建議：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 多提供數學或生活情境的問題，讓學生尋找數型規律。 2. 鼓勵學生除了使用等差的性質找出第 n 項(一般項)外，也可以發現數字間的(遞迴)關係式。 3. 鼓勵學生討論第 n 項與關係式之間的連結，可以為學習等比或遞迴數列作準備。
--	--

科別	年級					
數學	數學科八年級					
題號	試題代碼			答案		
選填題 B				36		
題目	小明、阿花跟小婷三個人合夥開店，說好每個月所賺的錢依照每個人出資金額的比例分紅。已知小明跟阿花出資金額的比為 2：3；阿花跟小婷出資金額的比也是 2：3。若這個月共賺了 76 萬，則小婷分紅所得到的金額為 ③④ 萬元。					
評量指標	7-n-15 能理解連比、連比例式的意義，並能解決生活中有關連比例的問題。					
認知歷程向度	解情境文字題					
解題分析	<p>正確答案：<u>小明</u> 16 萬；<u>阿花</u> 24 萬；<u>小婷</u> 36 萬。</p> <p>做法或理由：</p> <div><div>小明：阿花：小婷</div><div>2 3</div><div>2 3</div><div>-----</div><div>4 6 9</div></div> <p><u>小明</u>分紅：76 萬 × $\frac{4}{4+6+9}$ = 16 萬</p> <p><u>阿花</u>分紅：76 萬 × $\frac{6}{4+6+9}$ = 24 萬</p> <p><u>小婷</u>分紅：76 萬 × $\frac{9}{4+6+9}$ = 36 萬</p>					
古典理論 (CTT) 選項分析	答案	36	38	24	25	通過率： 0.414
	整體百分比%	41.4	6.1	4.2	2.3	
	高分組(%)	88.3	1.1	1.5	0.3	鑑別度： 0.737
	低分組(%)	3.8	9.8	2.5	7.6	
試題品質 分析與建議	<p>一、試題分析</p> <p>（一）評量目標</p> <p>1.本題所測驗的能力為「7-n-15 能理解連比、連比例式的意義，並能解決生活中有關連 比例的問題。」。本題屬於解情境文字題，評量學生是否能理解題目的敘述後，找出三人之間正確的出資金額之比例關係。</p> <p>2.先備知識 97 課綱</p> <p>7-n-13 能理解比、比例式、正比、反比的意義，並能解決生活中有關比例的問題。</p>					

7-n-14 能熟練比例式的基本運算。

3.延伸知識 97 課綱

9-s-01 能理解平面圖形縮放的意義。

9-s-05 能利用相似三角形對應邊成比例的觀念，解應用問題。

(二) 難度、鑑別度

本題鑑別度 0.737，試題品質非常優良；

通過率為 0.414，難易度 0.530，試題難度屬於中等。

二、作答結果分析

(一) 正確選填描述

正確答案為 36，本題通過率是 41.4%，表示有五成以上的學生能理解題意，求得正確的三人資金連比例，並算出正確的答案。

例如：小明：阿花=2：3，阿花：小婷=2：3，可得小明：阿花：小婷=4：6：9，因此小婷分紅：

$$76 \text{ 萬} \times \frac{9}{4+6+9} = 36 \text{ 萬}$$

(二) 錯誤選填可能原因描述

錯誤選填 38：

學生可能把小明：阿花=2：3 前後項同時減 1，得小明：阿花=1：2，再合併連比為 1：2：3，因此得 38 萬。

錯誤選填 24

學生可能將連比算錯為 4：9：6，則小婷的分紅為 24 萬；或是算出正確連比 4：6：9，但卻求出阿花的分紅 24 萬當作答案。

錯誤選填 25

隨意拼湊數據 $(2+3) \times (2+3) = 25$

(三) 高低能力組的答題特徵

高分組有 88.3%的學生能答對，表示高分組幾乎所有的學生都能將比合併為連比後求出小婷所佔比例的金額。低分組只有 3.8 %的學生能答對，表示低分組的學生對於比例式合併為連比的運算規則與原理沒有學會，因此教師應注意在教授比例式合併為連比時，絕大部分低分組的學生沒有理解原理以及運算方式。

三、學習與教學建議

(一) 學習困難點

雖然比是國小就學過的概念，而將比例式合併為連比的過程相當於分數通分的操作，但是對於學生來說，比例式合併為連比的算式表徵與分數通分不同，且又有三個未知數要對應，因此

對於低分組學生來說是困難的概念與運算操作。

求出連比後，學生可能會套用比例式的口訣「內項乘積等於外向乘積」，導致解連比例式錯誤；若使用假設未知數($4r$ 、 $6r$ 、 $9r$)，對低分組的學生來說，解方程式可能又是另一項挑戰；若使用

比例計算($\frac{9}{4+6+9}$)，低分組學生可能不易理解這樣計算的原理。

(二) 教學建議

比例式合併為連比可以從共同項數字相同的例子向學生介紹，例如： $a:b=2:3$ ， $b:c=3:5$ ，並且變化共同項讓學生多觀察，如： $a:b=2:3$ ， $a:c=2:5$ ，再介紹只有一個比例式需要同乘倍數的題目，例如： $a:b=2:3$ ， $b:c=6:5$ ，最後再講解兩個比例式都需要乘倍數的題目。讓低分組學生可以循序漸進地觀察兩個比例式合併的操作過程。

在教學時一定要強調，為什麼比不能同加或同減一個數，利用比值會不相等讓學生理解 $a:b=ak:bk(k\neq 0)$ ，是因為比值相等，但 $a:b$ 和 $(a+k):(b+k)$ 的比值卻不一定相等，可用實際數字讓學生觀察。另外也須提醒學生，連比例式不能使用比例式的「內項乘積等於外向乘積」，或是比例式與連比例式統一使用分數解

題($\frac{\text{小明}}{4} = \frac{\text{阿花}}{6} = \frac{\text{小婷}}{9}$)，減少學生混淆的機會。

選填題 C

科別	年級				
數學	數學科八年級				
題號	試題代碼			答案	
選填題 C				16	
題目	<p>如圖，直線 L 垂直平分 \overline{AB} 於 P 點，直線 M 垂直平分 \overline{AP} 於 Q 點，直線 N 垂直平分 \overline{PQ} 於 R 點。若 $\overline{AR}=6$，則 $\overline{AB}=\underline{\text{⑤⑥}}$</p> <div></div>				
評量指標	8-s-11 能認識尺規作圖並能做基本的尺規作圖。				
認知歷程向度	邏輯推理				
古典理論 (CTT) 選項分析	答案	16	18	12	15
	整體百分比%	52.4	7.9	4.5	3.3
	高分組(%)	89.9	2.2	1	0.6
	低分組(%)	13.8	10.8	7.6	5.4
試題品質 分析與建議	通過率： 0.524				
	鑑別度： 0.826				
	<p>一、 試題分析</p> <p>(一) 評量目標</p> <p>1. 本題主要是測驗學生是否了解中垂線的意義並應用題目給予部分長度的條件下推理出線段的總長度。</p> <p>2. 先備知識 97 課綱 8-s-11 能認識尺規作圖並能做基本的尺規作圖。</p> <p>3. 延伸知識 97 課綱 8-s-04 能認識尺規作圖。 8-s-07 能熟練基本尺規作圖。</p> <p>(二) 難度、鑑別度</p> <p>本題鑑別度為 0.826，試題品質佳； 通過率為 0.524，難易度 0.542，試題難度屬於中等。</p> <p>(三) 解題分析</p> <p>此題可設 $\overline{QR}=x$，則 $\overline{RP}=x$、$\overline{AQ}=2x$。</p> <p>已知 $\overline{AR}=6$，即 $\overline{AR}=\overline{AQ}+\overline{QR}=2x+x=3x=6$，</p>				

得 $x = 2$ 。由題意知整個 $\overline{AB} = 8x = 16$ 。

二、 作答結果分析

- (一) 本題正確答案為 16，通過率有 52%，高分組的通過率高達 90%，低分組有 14% 的學生答對，比例懸殊，顯然此題鑑別度相當不錯。雖然中垂線的意義並不難理解，但此題屬選填題，學生需假設未知數方能順利算出正確答案，因而增加了此題的難度。建議教師參考下面補救教學的建議，針對低分組學生進行補救教學。
- (二) 答案為 18 者，有 8% 的學生，其中有 11% 的低分組學生及 2.2% 的高分組學生選填此答案，這些學生誤以為三次的中垂線作圖可把線段 3 等分，因而將題目的已知線段 $\overline{AR} = 6$ 乘以 3 倍，而得到 18 的結果。
- (三) 答案為 12 者，有 5% 的學生，其中有 8% 低分組學生選填此答案，這些學生可能誤將直線 N 視為整個線段的中垂線，而推出整個線段長為 12 的答案。
- (四) 答案為 15 者，有 3.3% 的學生，其中低分組也有 5.4% 的學生選填此答案，這些學生可能以試卷上的附圖加上題目的已知 $\overline{AR} = 6$ ，直接推估整個線段長為 15。

三、 學習與教學建議

(一) 學習困難點

此題屬選填題，同學需找出分割後最短的線段，並設立該線段的長度為未知數，再利用中垂線的定義推理出其它線段的長度與未知數的關係，這是此題最難的部分。

(二) 教學建議

1. 教師可讓學生先熟悉中垂線尺規作圖，然後再透過測量使學生理解中垂線可把線段兩等分的事實與理由。
2. 接著讓學生學習如何把線段四等分、八等分之尺規作圖方法。
3. 最後讓學生焦點放在分割後的線段並選其一設立未知數 x ，然後教導學生推理出全部的線段長度為 x 的多少倍。

選填題 D

科別	年級					
數學	數學科八年級					
題號	試題代碼				答案	
選填題 D					50	
題目	小妍玩寶可夢，她先從家裡出發，往東走 50 公尺，抓到獨角蟲，再向北走 80 公尺，抓到了綠毛蟲，之後向西走 20 公尺，抓到了毛球後，又再向南走 40 公尺，找到大蔥鴨，此時小妍離家 <u>⑦⑧</u> 公尺。					
評量指標	8-a-05 能理解畢氏定理（Pythagorean Theorem）及其應用。					
認知歷程向度	解情境文字題					
古典理論 （CTT） 選項分析	答案	50	70	40	30	通過率： 0.36
	整體百分比%	36.0	25.8	3.9	3.1	
	高分組(%)	80.7	1.1	1	1	鑑別度： 0.819
	低分組(%)	5.2	26.2	4.9	4.2	
試題品質 分析與建議	一、試題分析					
	(一) 評量目標					
	1. 本題是情境文字題，評量學生是否能利用畢氏定理來解決生活上的問題。					
	2. 先備知識 97 課綱 7-a-11 能理解平面直角坐標系。					
	3. 延伸知識 97 課綱 8-s-09 能熟練直角坐標上任兩點的距離公式。					
	(二) 難度、鑑別度					
	本題鑑別度為 0.819，試題品質非常優良； 通過率為 0.36，難易度 0.482，試題難度屬於中等偏難。					
	二、作答結果分析					
	(一) 正確答案描述					
	正確答案為 50。只有不到四成的學生可以了解此情境的意思，並在直角坐標系來標示地點，再運用畢氏定理作出正確的解答。					
	(二) 錯誤答案可能原因描述					
	本題所產生的錯誤答案，25.8%的學生將數據相加(向東走 50 公尺+向西走 20 公尺=70 公尺、或向北走 80 公尺+向南走 40 公尺=120 公尺)，其中 120 因選填題的限制，無法填入；另外，不到 4%的學生將數據相減(往東走 50 公尺一向西走 20 公尺=30 公尺、或向北走 80 公尺一向南走 40 公尺=40 公尺)。					
	(三) 高低能力組的答題特徵					
	高分組的學生超過八成可以完成此題；但低分組有 26.2%將					

數據相加，顯示無法採用畢式定理來同時處理橫向(東西向)、縱向(南北向)的距離問題。

三、學習與教學建議

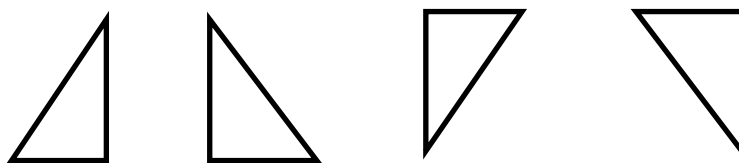
(一) 學習困難點：

此處的學習困難點是將生活情境中的方向及距離的描述，轉換到直角坐標系上，再使用畢氏定理來找出兩點距離。而在理解生活情境中的方向及距離的描述中，低分組學生會有迷思概念，將東西向(橫向)或南北向(縱向)的數據相加，反而數據相減的比例較少，這也是教學上要注意的部分。

(二) 教學建議：

從本題高低分組答題的情形，提供下列教學建議：

1. 多讓學生進行生活情境中的方向及距離轉換成直角座標系的練習。
2. 練習單一軸向(東西橫向或南北縱向)的轉換。例如請學生在直角坐標系上，以原點為出發點，向東走 50 公尺，再向東走 20 公尺；比較向東走 50 公尺，再向西走 20 公尺，這兩種走法的差別。讓學生可以明確分辨哪種情境屬於數據相加或相減。
3. 練習已知直角三角形的兩股，求斜邊長度，建議可參考下列四種類型，以符合直角坐標系上的四個象限。



4. 最後再練習如本題的生活情境問題。

陸、學生學習表現在各認知向度分析

概念理解試題分析

題號	1	2	3	5	7	10	14	15
通過率	73.4%	69.5%	76.7%	77.2%	59.2%	61.3%	54.4%	55.9%

屬於概念理解認知向度的試題有八題，出題型態均為單選題，其題號與對應的通過率如上表。

其對應的分年細目按題號區分如下：

(第 1 題)：8-n-02 能求二次方根的近似值。

(第 2 題)：8-n-04 能在日常生活中，觀察有次序的數列，並理解其規則性。

(第 3 題)：7-a-12 能在直角坐標平面上描繪二元一次方程式的圖形。

(第 5 題)：8-s-06 能理解線對稱的意義，以及能應用到理解平面圖形的幾何性質。

(第 7 題)：8-s-05 能理解平行的意義，平行線截線性質，以及平行線判別性質。

(第 10 題)：7-a-12 能在直角坐標平面上描繪二元一次方程式的圖形。

(第 14 題)：8-n-05 能觀察出等差數列的規則性，並能利用首項、公差計算出等差數列的一般項。

(第 15 題)：7-n-10 能理解指數為非負整數的次方，並能運用到算式中。

由上表數據可發現，概念理解題通過率均較高，可能的原因是：

1. 國中數學的概念多屬於操作型定義，學生可透過具體操弄瞭解其抽象概念，理解上比較不會產生困難。
2. 國中數學所牽涉的概念多屬於單一概念，若以選擇題型評量，學生能比較容易釐清概念，選出正確答案。
3. 概念理解題型本身就比較簡單且並無複雜的運算過程，學生比較能理解題目所要求的解題目標。

第 14 題在檢測學生等差數列的概念，此題答對率相對其他概念理解題來的低，若能利用一個具體的典範例操作，此題就容易找出正確的選項。

第 15 題在檢測學生 0 次方與指數律運算概念題，從學生解題表現可以瞭解，有部分學生會認為指數為 0 時，其值為 0。

教學建議：

建議老師能透過對典範例或特殊例的具體操弄，來引導學生強化數學概念的理解，進而轉化成一般型式的範例。

學生經常有的迷思概念，例如誤指 0 次方的值為 0，建議老師給予一些認知衝突

的題目讓學生練習，以釐清迷思概念。—————

程序執行試題分析

題號	6	9	11	12	16	17	19	24	26
通過率	65.1%	62.3%	61.8%	63.5%	45.7%	62.4%	50.7%	34.3%	25.9%

屬於程序執行認知向度的試題有九題，其題號與對應的通過率如上表，程序執行的通過率，和下列幾個因素有關：程序本身的難易、未知數使用的數量、數學符號、記號使用的數量。

各試題的分年細目按題號區分如下：

(第 6 題)：7-a-18 能說明 $a \leq x \leq b$ 時 $y=cx+d$ 的範圍，並在數線上圖示。

(第 9 題)：8-n-03 能理解根式的化簡及四則運算。

(第 11 題)：8-a-01 能熟練二次式的乘法公式。

(第 12 題)：8-a-01 能熟練二次式的乘法公式。

(第 16 題)：8-a-07 能利用提公因式法分解二次多項式。

(第 17 題)：7-a-08 能熟練使用代入消去法與加減消去法解二元一次方程式的解。

(第 19 題)：7-n-12 能用科學記號表示法表達很大的數或很小的數。

(第 24 題)：8-s-09 能熟練直角坐標上任兩點的距離公式。

(第 26 題)：8-a-04 能熟練多項式的加、減、乘、除四則運算。

程序執行通過率較高的試題，可能的原因是：

1. 學生具有基本程序執行的能力及熟悉一般演算法則，如乘法公式、等量公理。

答對率最低的是選擇 26 題。在程序方面，使用的是多項式的除法，對學生而言，執行多項式相除的計算並不困難，困難的是何時該停止？由於本題是要求學生找出餘式，但在商式的安排，有不容易觀察的分數係數，以致學生會覺得不應該再繼續除下去，導致無法得到正確的餘式，所以答對率低的主因，並非程序上的難度，而是對於餘式、商式概念的理解，亦即在計算此類問題時，也需要理解執行程序的演算概念。

答對率次低的是選擇 24 題。在程序方面，使用的是兩點間的距離公式，學生要面對的程序執行有將點坐標代入、平方、根式計算，三個程序並不類似，混合操作下，難度自然是比較高的。

另外七個題目的答對率主要在五、六成左右，是相當合理的結果，在程序執行的教學建議上，可請老師以程序本身的難易，未知數使用的數量、數學符號、記號使用的數量，來分析程序執行的試題，在學生發生困難時，從協助學生的角度切入，試著降低某方面的難度。

至於如選擇 26 題，它的困難點主要不在程序執行，而是數學概念，建議老師從協助學生進行數學概念的釐清著手。

邏輯推理試題分析

題號	8	13	23	C
通過率	66.1%	58.6%	48.3%	52.4%

屬於邏輯推理認知向度的試題有四題，其題號與對應的通過率如上表。其對應的分年細目按題號區分如下：

(第 8 題)：7-n-05 能認識絕對值，並能利用絕對值比較負數的大小。

(第 13 題)：8-s-04 能認識垂直以及相關的概念。

(第 23 題)：8-a-10 能利用因式分解來解一元二次方程式。

(選填題 C)：8-s-11 能認識尺規作圖並能做基本的尺規作圖。

邏輯推理通過率較高的試題，可能的原因是：

1. 當試題附上圖形時，學生多能利用所附圖形進行解題。
2. 當試題只有文字敘述，沒有附上圖形時，部分學生似乎也多能自行繪圖，輔助其邏輯推理。

這四題中，第 8 題為數與量的問題，附上數線圖形，利用數線上點的對應位置判斷其數字的絕對值大小。顯示答題學生多能利用所附圖形進行邏輯推理思考判斷錯誤的學生可能無法理解絕對值的概念，就算是運用預設數字來判斷大小關係，也有可能因為運算錯誤或是數線概念錯誤而造成誤答。

第 13 題和選填 C 都是幾何問題，通過率都有超過五成，接近九成的高分組學生都能正確回答，只要能夠理解題目中的幾何符號和幾何物件之間的關聯，利用觀察圖形或是手繪圖形，便能判斷推理出正確的方向，反之，對於無法將題目轉化成圖形，或是將圖形提煉出運算式，便會產生作答困難。

第 23 題為代數問題，評量內容為利用因式分解或等量公理等運算，來推導出一元二次方程式解的情形，高分組答對率為 71%，而低分組答對率為 31%，此題不僅要小心運用等量公理來解方程式時，可能會因為同時消掉未知數而造成減根的現象，此外就算運用移項後提公因式，也要謹慎後續的運算作業，步驟過程中任何一個環節錯誤就可能答錯，但如果運用本題的題型中，方程式兩邊有一樣的一次因式，便可分析這個一次式如果等於零或不等於零，要如何推導出此方程式的解。

因此可知，如果可以善用邏輯推理解題，搭配正確的概念和物件的輔助，便可提升作答的速度及正確率。建議老師在教學時能多鼓勵學生運用不同的表徵或策略來解題，在概念完備的基礎之下，運用適切的解題方法及正確的邏輯推導，有助於學生克服學習中碰到的困難。

解數學文字題分析

題號	4	18	20	22	25	A
通過率	74.2%	36.7%	35.9%	43.4%	48.9%	58.9%

屬於解數學文字題認知向度的試題有六題，其題號與對應的通過率如上表。其對應的分年細目按題號區分如下：

- (第 4 題)：8-s-02 能理解角的基本性質。
- (第 18 題)：8-s-12 能理解特殊的三角形與特殊的四邊形的性質。
- (第 20 題)：7-a-13 能在直角坐標平面上描繪二元一次方程式的圖形。
- (第 22 題)：7-a-14 能理解二元一次聯立方程式解的幾何意義。
- (第 25 題)：7-a-05 能利用移項法則來解一元一次方程式，並做驗算。
- (選填題 A)：8-n-05 能觀察出等差數列的規則性，並能利用首項、公差計算出等差數列的一般項。

解數學文字題通過率較高的試題，可能的原因是：

1. 大部分學生熟悉幾何基本性質且能應用於幾何計算題中。

選擇題型的答對率為 36%~74%

高分群與低分群表現分析：高分群的答對率為 71%~98%，低分群的答對率為 22%~33%。高分群在大部分的題目上表現都不錯，唯有在「運用等量公理或移項法則」的題型上面臨較多的問題。低分群則較易受到誘答選項干擾而誤選錯誤的答案，顯示低分群學生在許多迷思概念還有常錯的計算上仍需要多加練習。

低分群常見的錯誤類型有三種：

- 1、文字理解轉換算式錯誤：學生雖看懂題目，但是在轉換為算式時出現錯誤。
- 2、計算錯誤：低分群學生常發生的狀況，了解題目的題意，但是在計算上產生了錯誤。
- 3、規則判斷錯誤：沒完全了解題意，用錯誤的規律性推算答案。

選填題型的答對率為 59%

學生普遍發生的錯誤集中在兩個方面：

- 1、計算錯誤：由於沒有選項可以檢驗答案是否正確，所以很容易產生細微的計算錯誤。
- 2、概念混用：學生有時候列式計算皆正確，但是題目問 A，學生卻答 B，以此題的類型來看常出現最大公因數與最小公倍數概念正確但是卻將兩種概念混淆的狀況。

整體而言，有附圖的數學文字題，會讓學生在解題時，降低負荷，因此不管高低分組學生都可以順利處理。但是其他解析幾何或純幾何問題，低分組學生幾乎是用猜的；而高分組只要有耐心、仔細地分析問題，應該都能順利解決。

因此，針對解數學文字題，提出以下教學建議：

1. 先讓學生閱讀題目後，說出他們的想法，練習對題目語意內容作解讀；再讓學生將了解後的資訊，列出數學式子或畫出圖形，即將文字理解轉換成算式。
2. 接著，引導學生使用自己列出數學的式子或畫出的圖形進行說明，以釐清學生所使用的概念。
3. 最後，建議數學文字題的計算負荷不要太大，數字好算一些，才不會讓學習的焦點偏向計算技巧。
4. 以上教學建議或可嘗試採分組合作學習，讓每組負責不同題目，在組內充分討論，列出每個成員的想法，並寫在磁鐵白板後上台發表，老師再針對學生想法給予建議，釐清學生對於數學文字題的解讀與概念的使用，也可讓低分組學生有參與的機會。

解數學情境題試題分析

題號	21	B	D
通過率	38.7%	41.4%	36.0%

屬於解數學情境題認知向度的試題有三題，其題號與對應的通過率如上表。其對應的分年細目按題號區分如下：

(第 21 題)：7-a-07 能理解二元一次聯立方程式，及其解的意義，並能由具體情境中列出二元一次聯立方程式。

(選填題 B)：7-n-15 能理解連比、連比例式的意義，並能解決生活中有關連比例的問題。

(選填題 D)：8-a-05 能理解畢氏定理 (Pythagorean Theorem) 及其應用。

解情境文字題是五個向度中，平均通過率最低的一個向度。此次情境文字題共有三題，通過率約在三成到四成之間，且高、低分組的落差甚大，差距皆高於 50% 以上。高分組對此類題型大多能掌握，答對率高；而低分組答對率卻相當低，有兩題甚至低於 10%，另一題也僅 17%。

整體而言，低分組出錯的問題可分三類：

其一是無法釐清題目中的數量關係，僅注意到文字表面上的關係。例如第

21 題，當弟弟給哥哥 5 張，我們了解到弟弟會少 5 張，而哥哥會多 5 張。但在題目中，只寫出弟弟給哥哥 5 張，所以學生便直觀地將弟弟的張數減 5，而忽略哥哥的張數也要加 5。

其二是無法掌握數學原理及運算方式。例如 B 題，學生對於比例式合併為連比的運算規則與原理並未充分理解，故找不出三人之間正確出資金額之比例關係。比雖然是國小學過的概念，但比例式合併為連比的算式表徵與分數通分不同，且又有三個未知數需對應，對低分組學習上是有難度的。建議可循序漸進引導學生觀察兩個比例式合併的操作過程，幫助學生理解。

其三是無法掌握數學概念與題意的連結：例如 D 題，學生需將生活情境中的方向及距離的描述，轉換到直角坐標系上，再使用畢氏定理找出兩點距離，對低分組學生有相當難度。此外，從基準點向東走 50 公尺，再向西走 20 公尺，此時離基準點為 30 公尺，有些低分組學生會認為是 70 公尺，因此在利用畢式定理處理橫向(東西向)、縱向(南北向)的距離問題，就會出現錯誤。建議可讓學生練習單一軸向的轉換，例如以原點為出發點，向東走 50 公尺，再向東走 20 公尺；另比較向東走 50 公尺，再向西走 20 公尺，這兩種走法的差別，讓學生能真正理解概念後，再進行解題。

整體而言，欲協助學生解決此類問題，首要針對其困難點著手，儘量避免不了解題意，僅是一味重複演練運算，以免打擊其信心。Polya 將解題歷程分為四個階段：1.了解問題；2.擬定計劃；3.執行計劃；4.回顧解答。老師可以循序漸進引導，提升學生的閱讀理解。例如，讀完題，讓學生自己說出重點，並詢問學生題意為何，以檢視其理解程度；若題意較長，也可分階段進行，當然，培養學生耐心讀完題目，也是幫助閱讀理解非常重要的一環。

認知向度總結

本份試題分成概念理解、程序執行、邏輯推理、解數學文字題與解情境文字題等五個向度，其各向度的試題題數分別為 8、9、4、6、3 題，各向度的平均通過率如下：

向度	概念理解	程序執行	邏輯推理	解數學文字題	解情境文字題
平均通過率	65.95%	52.41%	55.23%	49.67%	38.70%

依據平均通過率，五個向度由易至難依序為概念理解、邏輯推理、程序執行、解數學文字題、解情境文字題。

以學生作答反應而言，較簡單的向度是概念理解、邏輯推理與程序執行。其中概念理解通常依單一概念命題，學生只要理解題意並能使用相關概念即能解題；邏輯推理在八年級部分偏重幾何相關問題，有圖形輔助時或為單一概念時並不需複雜計算；程序執行主要評量學生能否掌握重要程序，並小心運算，如多項式運算、乘法公式的使用；因此這三個向度通過率均高於五成，可以看出學生的數學基本能力尚佳。

解數學文字題此向度接近五成，表現中等，除一題討論角平分線的題目通過率超過七成，另有一題探討規律的通過率接近六成，其他題皆低於五成，該向度以數學語言的描述命題，但是仍須將數學語言轉換成數學關係式並做運算，等同對題目閱讀並理解後，再做程序執行或邏輯推理等步驟，因此較繁複的解題過程而造成此向度通過率較低。

此次表現較差的向度是解情境文字題，通過率低於四成，可以想見學生閱讀情境再轉換到數學問題是有一定難度，轉換至數學問題時，仍須再謹慎推理或仔細計算，避免出錯，因此造成此向度表現不佳。

我們整理通過率高於 65% 的題目所對應的分年細目如下：

(第 5 題)：8-s-06 能理解線對稱的意義，以及能應用到理解平面圖形的幾何性質。

(第 3 題)：7-a-12 能在直角坐標平面上描繪常數函數及一次函數的圖形。

(第 4 題)：8-s-02 能理解角的基本性質。

(第 1 題)：8-n-02 能求二次方根的近似值。

(第 2 題)：8-n-04 能在日常生活中，觀察有次序的數列，並理解其規則性。

(第 8 題)：7-n-05 能認識絕對值，並能利用絕對值比較負數的大小。

(第 6 題)：7-a-18 能說明 $a \leq x \leq b$ 時 $y = cx + d$ 的範圍，並在數線上圖示。

學生在這些分年細目的表現不錯，數學教師可以在此厚實的數學基礎知識下，引導學生在相關的數學知識繼續學習，或設計加深加廣的內容探索研究。

我們也整理通過率低於 45% 的題目所對應的分年細目如下：

(第 22 題)：7-a-14 能理解二元一次聯立方程式解的幾何意義。

(選填題 B)：7-n-15 能理解連比、連比例式的意義，並能解決生活中有關連比例的問題。

(第 21 題)：7-a-07 能理解二元一次聯立方程式，及其解的意義，並能由具體情境中列出二元一次聯立方程式。

(第 18 題)：8-s-12 能理解特殊的三角形。

(選填題 D)：8-a-05 能理解畢氏定理 (Pythagorean Theorem) 及其應用。

(第 20 題)：7-a-13 能在直角坐標平面上描繪二元一次方程式的圖形。

(第 24 題)：8-s-09 能熟練直角坐標上任兩點的距離公式。

(第 26 題)：8-a-04 能熟練多項式的加、減、乘、除四則運算。

學生在這些分年細目的表現尚待加強，數學教師可以參考我們在各題或各向度寫的教學建議，轉化成自身班級中的教學，協助學生將這些數學能力補強，數學的學習是具關連性，若能補實這些待加強的數學知識與能力，後續學生的學習才能穩固。

在教學上，首先應以概念理解為學習重點，促使學生理解各單元的數學概念並進而將概念間做連結。在進行程序操作的問題時，能先以具體物操作以強化概念與程序運算的關係，再佐以適當練習以培養學生運算的信心與毅力。

針對數學文字題與情境文字題等應用文字題，培養學生閱讀理解的良好習慣，閱讀問題時，根據題目條件進行檢驗或判斷的習慣，並與所學數學概念作連結，如此幫忙學生建立數學語言與算式之間的關係，也能協助學生思索情境、文字、數學概念、圖形間的串聯，以利解決問題與數學邏輯推理的能力。

整體來看，本次縣市八年級數學學習能力檢測表現良好，感謝縣市數學教師們的認真教學，在各位的細心引導下為學生的基礎數學能力奠下基礎。

以高分群的孩子學習表現來看，幾乎大部分的問題通過率都超過九成，少部分困難的問題，通過率也達六成，可見學習成效良好，對於未來的學習，老師宜佈置需具數學思考的問題，鼓勵學生堅持不懈地探索與解決數學問題。

對於中等程度的孩子，雖然已經有了一定的基礎能力，仍須各位教師的諄諄引導與陪伴，這些孩子在基本的問題能夠答對，一旦遇到計算較複雜，文字描述較多的問題，就容易遇到挫折，對於他們數學能力的培養，除了厚實基礎的數學概念，適合學生程度且適量的練習很重要，避免困難艱深的題目打擊孩子學習的信心，在教學中可以佈置生活情境或可理解的想像情境，陪伴孩子分析問題的關連性，相關的數學概念與計算程序，一起解決問題。

對於學習成就低落的孩子，除少部分的基礎問題答對率能達三成五以上外，大部分問題的每個選項分配平均，可以發現學習狀況不佳，甚至面對一般數學問題，常有放棄或猜答案的情形發生，數學教師宜以增加學生學習意願與動機為目標，可以使用奠基活動與遊戲，由具體操作逐漸抽象形成學生基本概念，並通過自然語彙與生活情境來面對問題，鼓勵孩子參與並使用數學基礎能力處理，提升孩子學習的自信心，只要孩子在學習這條路不放棄，他總能在數學這個科目裡獲得他所需要的知識。

附錄：八年級數學科正式卷

105 學年度學力檢測測驗題本數學八年級

選擇題作答注意事項：

各位同學你們好！

這是一份數學的試題，測驗時間為 70 分鐘。每一題請選出一個最合適的答案，並用 2B 鉛筆在答案卡畫記，不可超出格線外，如果需要修改答案，請使用橡皮擦擦乾淨，再重新畫記。

選擇題畫記說明：

選擇題的題號是 1、2、3、...，依各題所得到的答案畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若第 2 題依題意得到的答案是 4，則考生必須在答案卡上「一、選擇題」2 欄位的④畫記，如：



其他事項：

★ 每一題都要回答。

★ 如有錯誤，請立即向老師反應。

第一部分：選擇題（第 1-26 題，共 26 題）

1. 請問 $\sqrt{67}$ 介於哪兩個連續整數之間？

- ① 6、7
- ② 7、8
- ③ 8、9
- ④ 9、10

2. 若一數列的第 n 項為 $1-3n$ ，則此數列的第 5 項為何？

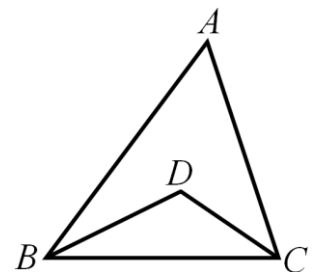
- ① -9
- ② -11
- ③ -12
- ④ -14

3. 直角坐標平面中，下列哪一個點會在函數 $y=-4$ 的圖形上？

- ① (0,4)
- ② (3,-4)
- ③ (4,0)
- ④ (-4,3)

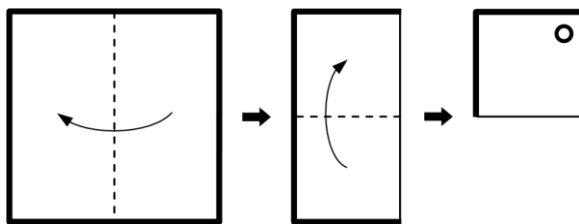
4. 圖（一）的 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC=48^\circ$ ， $\angle ACB=64^\circ$ ，且 $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的角平分線交於一點 D ，則 $\angle BDC=$ ？

- ① 68°
- ② 90°
- ③ 99°
- ④ 124°

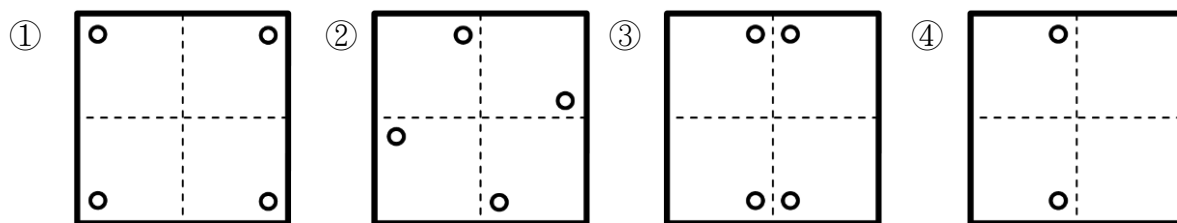


圖（一）

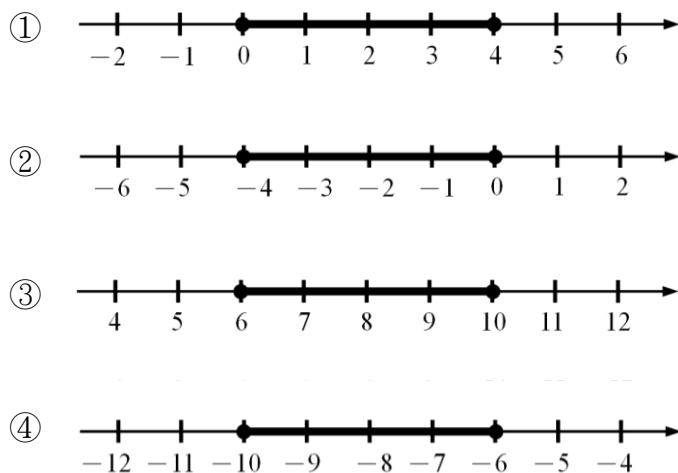
5. 圖（二）為一正方形的色紙，首先右半邊先對折過去，再由下往上對折上去，最後在右上角打一個洞，請問展開後會是下列哪一個圖形？



圖（二）

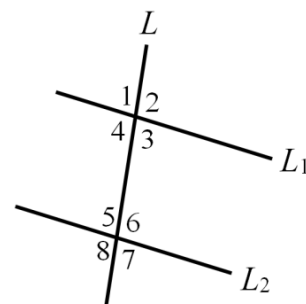


6. 已知 $1 \leq m \leq 5$ ，且 m 與 n 的關係為 $n - m = 5$ ，下列哪一個選項可以表示數線上 n 的值？



7. 若 $L_1 // L_2$ 且 L 與 L_1 不垂直，如圖（三），則下列敘述何者錯誤？

- ① $\angle 2 = \angle 6$
 ② $\angle 5 = \angle 3$
 ③ $\angle 1 + \angle 7 = 180^\circ$
 ④ $\angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$



圖（三）

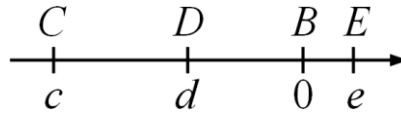
8. 已知 B 點是數線上的原點， C 、 D 、 E 三點所代表的數分別為 c 、 d 、 e ，
如圖（四），關於 $|c|$ 、 $|d|$ 、 $|e|$ 三數大小關係，下列何者正確？

① $|c| < |d+e|$

② $|c| < |d|$

③ $|d| < |e|$

④ $|e| < |c|$



圖（四）

9. 算式 $(\sqrt{5}-3)(3+\sqrt{5})$ 之值為何？

① 2

② -2

③ 4

④ -4

10. 坐標平面上，若一線型函數 $y=ax+b$ 的圖形與 x 軸沒有交點，且通過 $(-3, 5)$ ，則此函數圖形與 y 軸的交點坐標為何？

① $(-3, 0)$

② $(0, -3)$

③ $(0, 5)$

④ $(5, 0)$

11. 已知 a 為整數，多項式 $9x^2-3ax+1$ 可以化成 $(3x-1)^2$ ，則 a 的值為何？

① -2

② 0

③ 1

④ 2

12. 計算 99.9×20.2 時，

甲生計算過程如下：

$$(100 - 0.1)(20 + 0.2) = 100 \times 20 + 100 \times 0.2 - 0.1 \times 20 - 0.1 \times 0.2 = \dots\dots\dots$$

乙生計算過程如下：

$$(99 + 0.9)(20 + 0.2) = 99 \times 20 + 99 \times 0.2 + 0.9 \times 20 + 0.9 \times 0.2 = \dots\dots\dots$$

關於以上兩個人的作法，下列判斷何者正確？

- ① 甲、乙皆正確
- ② 甲、乙皆錯誤
- ③ 甲正確、乙錯誤
- ④ 甲錯誤、乙正確

13. 在平面上有兩條直線 L_1 、 L_2 ，且 $L_1 \perp L_2$ ，則下列敘述何者正確？

- ① 在此平面上存在一直線 L_3 ，滿足 $L_1 \perp L_3$ 且 $L_2 \perp L_3$
- ② 在此平面上存在一直線 L_4 ，滿足 $L_1 // L_4$ 且 $L_2 // L_4$
- ③ 在此平面上有兩條直線 L_5 、 L_6 ，若 $L_1 \perp L_5$ 、 $L_2 \perp L_6$ ，則 $L_5 \perp L_6$
- ④ 在此平面上有兩條直線 L_7 、 L_8 ，若 $L_1 // L_7$ 、 $L_2 // L_8$ ，則 $L_7 // L_8$

14. 有一等差數列的公差為 7，小華將此數列的每一項都加 -5 ，得一個新的數列，則有關此新數列的敘述何者正確？

- ① 新數列是等差數列，公差為 7
- ② 新數列是等差數列，公差為 -5
- ③ 新數列是等差數列，公差為 $7 - 5 = 2$
- ④ 新數列不是等差數列

15. 下列哪一個選項可以表示算式 $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times (\frac{1207}{2015})^0$ 的結果？

- ① $(\frac{2}{3})^5$
- ② $\frac{2^5}{3 \times 5}$
- ③ $\frac{2^5}{3}$
- ④ 0

16. 計算 $(2x+2)(3x+1)-(x+1)(3x-1)$ 的結果為何？

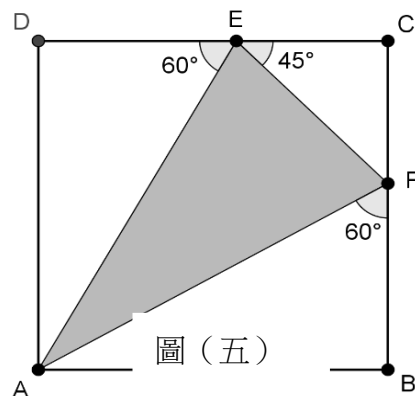
- ① $(x+1)(3x+1)$
- ② $2(x+1)(3x+1)$
- ③ $3(x+1)(x+1)$
- ④ $(x+1)(3x-1)$

17. 如果二元一次聯立方程式 $\begin{cases} x+2y=2 \\ 2x-y=4 \end{cases}$ 的解能滿足 $2x-5y+k=0$ ，則 $k=$ ？

- ① 4
- ② 5
- ③ -4
- ④ -5

18. 正方形 $ABCD$ 中有一內接三角形 AEF ，如圖（五），若 $\overline{AF}=2$ ，試求 \overline{EF} 長度？

- ① $\sqrt{6}-\sqrt{2}$
- ② $\sqrt{2}$
- ③ $\sqrt{3}$
- ④ 1



19. 天狼星是夜空中最亮的恆星，與地球相距約 8 光年，

一光年約 9.5×10^{12} 公里，請問下列選項中，何者數值最接近天狼星與地球相距之公里數？

- ① 7×10^{12}
- ② 7×10^{13}
- ③ 8×10^{12}
- ④ 8×10^{13}

20. 直角坐標平面上，四條直線方程式 $x+y=2$ ， $x+y=-2$ ， $y=3$ ， $y=-3$ 的圖形所圍成的區域，面積為多少平方單位？

- ① 10
- ② 12
- ③ 24
- ④ 36

21. 哥哥與弟弟各有數張球員卡，已知弟弟給哥哥 5 張後，哥哥的張數就是弟弟的 2 倍；若哥哥給弟弟 10 張，兩人的張數就一樣多。設哥哥的張數為 x 張，弟弟的張數為 y 張，則依題意可列出下列哪一個聯立方程式？

①
$$\begin{cases} 2(y-5)=x \\ y=x-10 \end{cases}$$

②
$$\begin{cases} y-5=2x \\ y=x-10 \end{cases}$$

③
$$\begin{cases} y-5=2x \\ y+10=x-10 \end{cases}$$

④
$$\begin{cases} 2(y-5)=x+5 \\ y+10=x-10 \end{cases}$$

22. 直角坐標平面上，兩條直線方程式 $ax-3y=12$ 與 $x+ay=8$ 的圖形交於一點，交點恰好在 y 軸上，則 $a=$ ？

- ① 8
- ② $\frac{3}{2}$
- ③ -2
- ④ -4

23. 關於方程式 $(4x+7)(-x+2)=(-x+2)(3x-8)$ 解的敘述，下列何者正確？

- ① 方程式只有一個解，而且這個解是正數
- ② 方程式有兩個解，而且兩個解的正、負號相同
- ③ 方程式有兩個解，而且一解為正數，一解為負數
- ④ 方程式無解

24. 在坐標平面上，下列哪一個點與 $(3, -1)$ 的距離為 5？

- ① $(0, 5)$
- ② $(0, 3)$
- ③ $(3, -4)$
- ④ $(6, 1)$

25. 關於方程式 $17+x\div 3=2$ 的解法，下列哪一位同學的做法即可得到 x 的值？

棟棟：2 先乘以 3，再減 17。

名人：2 先減 17，再乘以 3。

小惠：17 先減 2，再除以 3。

琪琪：17 先加 2，再乘以 3。

- ① 棟棟
- ② 名人
- ③ 小惠
- ④ 琪琪

26. 計算 $(6x^2+13x+2)\div(2x+4)$ 之餘式為何？

- ① $x+2$
- ② 0
- ③ 2
- ④ $3x+\frac{1}{2}$

選填題作答注意事項：

選填題畫記說明：

選填題的題號是 A、B、C、...，而答案的格式每題可能不同，你們必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若第 B 題的答案格式是 $\frac{2}{\textcircled{3}\textcircled{4}}$ 依題意得到的答案是 $\frac{2}{70}$ ，則考生必須在答案卡上「二、選填題」3 欄位的⑦與 4 欄位的⑩畫記，如：

3	①	②	③	④	⑤	⑥	●	⑧	⑨	⑩	⊖	⊕
4	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	●	⊖	⊕

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{5}\textcircled{6}}{25}$ 依題意得到的答案是 $\frac{-6}{25}$ ，則考生必須在答案卡上「二、選填題」5 欄位的⊖與 6 欄位的⑥畫記，如：

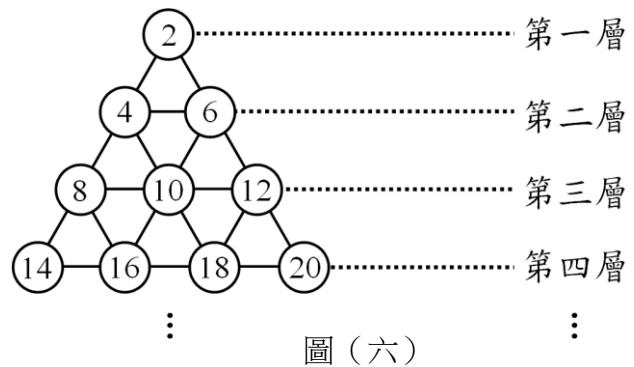
5	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	●	⊕
6	①	②	③	④	⑤	●	⑦	⑧	⑨	⑩	⊖	⊕

其他事項：

- ★ 每一題都要回答。
- ★ 如有錯誤，請立即向老師反應。

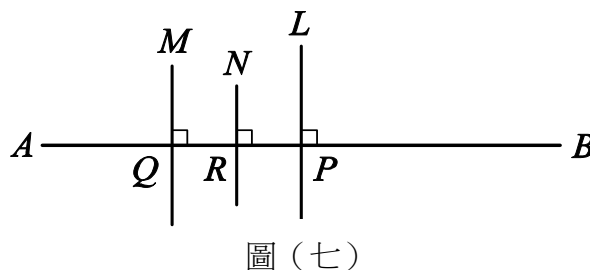
第二部份：選填題(第 A-D 題，共 4 題)

- A. 將偶數依序由上而下，由左而右排列，使第一層有 1 個偶數，第二層有 2 個偶數，第 n 層有 n 個偶數，如圖（六）。則第八層由左數來第 6 個偶數是 ①②。



- B. 小明、阿花跟小婷三個人合夥開店，說好每個月所賺的錢依照每個人出資金額的比例分紅。已知小明跟阿花出資金額的比為 2 : 3；阿花跟小婷出資金額的比也是 2 : 3。若這個月共賺了 76 萬，則小婷分紅所得到的金額為 ③④ 萬元。

- C. 直線 L 垂直平分 \overline{AB} 於 P 點，直線 M 垂直平分 \overline{AP} 於 Q 點，直線 N 垂直平分 \overline{PQ} 於 R 點，如圖（七）。若 $\overline{AR} = 6$ ，則 $\overline{AB} = \underline{\textcircled{5}\textcircled{6}}$



- D. 小妍玩寶可夢，她先從家裡出發，往東走 50 公尺，抓到獨角蟲，再向北走 80 公尺，抓到了綠毛蟲，之後向西走 20 公尺，抓到了毛球後，又再向南走 40 公尺，找到大蔥鴨，此時小妍離家 ⑦⑧ 公尺。

參考公式：

📖 和的平方公式： $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

差的平方公式： $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

平方差公式： $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

📖 若直角三角形兩股長為 a 、 b ，斜邊長為 c ，則 $c^2 = a^2 + b^2$

📖 若圓的半徑為 r ，圓周率為 π ，則圓面積 $= \pi r^2$ ，圓周長 $= 2\pi r$

📖 若一個等差數列的首項為 a_1 ，公差為 d ，第 n 項為 a_n ，前 n 項和為 S_n ，

$$\text{則 } a_n = a_1 + (n-1)d, S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

📖 一元二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ 的解為 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$