

# TASA 數學科高中職段正式施測

## 題目部分釋出

### 壹、臺灣學生學習成就評量資料庫簡介

#### 一、背景與目的

為了加入世界各國教育改革之行列，政府近年來致力於推動教育改革，期以整體提升國民之素質及國家競爭力，為適應時代變遷與學生身心發展需要，各級學校教育課程應隨時改進。

「九年一貫課程」是近年來教育部大力推動的政策，希望藉此教育政策之落實，改善傳統教育，將教育水準提升到另一個境界。然而，全國各級學校學生之學習成效如何？國內長期缺乏各級學校學生量化指標和標準化測量工具來檢視學生學習成就的表現及其差異，也無跨年段、跨學科之學生學習成就長期性的資料庫，可提供國內專家學者或學術單位進行基礎性研究，以致無法確實瞭解課程實施的成效，亦不利於課程發展之進行與相關教育政策之研擬。因此，2004年4月20日教育部國民中小學九年一貫課程推動工作小組第43次會議決議：「有關學生學習成就調查是本部研訂課程與教學政策之重要參據，有必要進行常態性之資料建立。請國立教育研究院籌備處約集研究發展中心與中研院共同規劃之。」教育部乃於2004年5月函請國立教育研究院籌備處（2007年8月26日更名為國家教育研究院籌備處）針對臺灣學生學習成就建立常態性之資料庫，作為教育部研訂課程與教學政策之重要參據。國家教育研究院籌備處乃邀集相關單位、人員提出「臺灣學生學習成就評量資料庫」建置計畫。

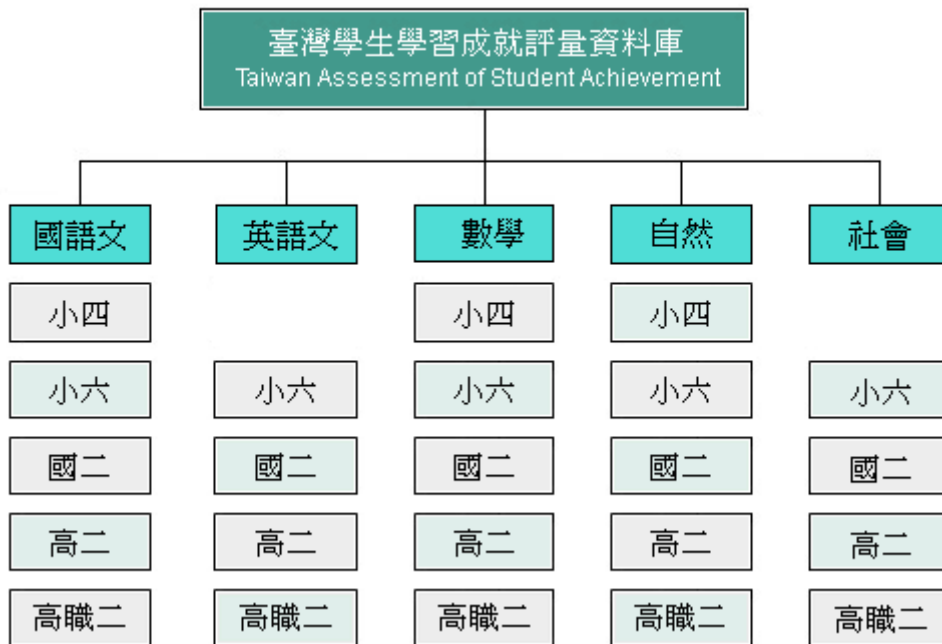
本研究結合國內大學院校、學術研究機構等學者專家之學術專長以及資深教師的經驗，建置臺灣地區國小四年級、國小六年級、國中二年級、高中二年級與高職二年級學生學習成就評量資料庫。其主要目的如下：

- （一）建立國民中小學、高中及高職學生學習成就長期資料庫，以分析學生在學習上變遷之趨勢，進而檢視目前課程與教學實施成效。
- （二）提供完整、標準化的學習成就資料，作為分析學生學習成就上差異表現變項資料，以評估學生未來在學術方面能力之發展與社會期許。
- （三）瞭解國內學校教學及學生學習成效之現況，作為課程與教學政策改進之參考。

(四)以資料庫的量化資料,提供國內外相關研究人員,深入探討學生學習成就方面的相關政策議題。

## 二、 資料庫設計內容

資料庫設計內涵採分年建置的整體規劃方式進行。資料庫建置主要以學科屬性劃分,包含國語文、英語文、數學、自然與社會五個科目(不含小四英語文及社會),再依其教育階段分為國小四年級、國小六年級、國中二年級、高中(職)二年級。建置架構如下圖:



本研究依據國民中小學九年一貫課程綱要及高中(職)課程綱要內涵,並參考各版本教科書內容及國際試題,發展標準化成就測驗工具。每一學科依其學科領域考量不同測驗內容及題型,國語文科增加作文測驗,英語文科增加寫說測驗。除發展各學科領域測驗評量工具,亦編製學生共同問卷,以蒐集影響學生學習成就相關因素之資料。

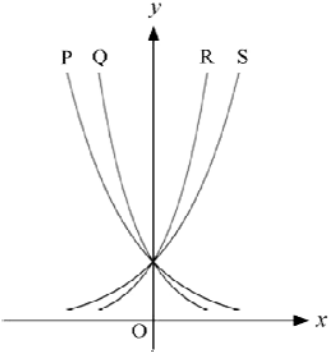
## 貳、試題品質分析變項說明

- 一、 科別：包含國語文、英語文、數學、自然、社會五科。
- 二、 年級：包含小四、小六、國二、高二、高職二五個類別，代號分別為 4、6、8、11A、11B。
- 三、 題本、題號：試題在原施測時所屬的題本及題號。
- 四、 主題：試題所屬課程綱要中的內容主題。
- 五、 能力指標：試題所對應的能力指標。
- 六、 認知向度（層次）：各科別界定試題所屬的認知向度（層次）。
- 七、 試題反應理論（IRT）試題參數：
  - (1)鑑別度  $a$ ： $a$  愈高表示鑑別度愈好， $a$  值通常介於 0.5 ~ 2 之間。
  - (2)難度  $b$ ： $b$  值愈高表示試題難度愈難，答對人數愈少， $b$  值通常在 -3 ~ 3 之間。
  - (3)猜測度  $c$ ： $c$  值愈高表示學生猜對的機率愈大，題目為 4 選 1 的選擇題， $c$  值的理論值是 0.25，如果是 3 選 1 的選擇題， $c$  值的理論值是 0.33。
- 八、 古典測驗理論（CTT）試題參數：
  - (1)通過率( $p$ )：
$$p = \frac{\text{答對人數}}{\text{施測人數}} \times 100\%$$
試題通過率愈高，表示愈多考生答對此試題，也就是試題愈容易。
  - (2)鑑別度( $D$ )：
$$D = p_H - p_L$$
$$p_H : \text{高分組通過率} \quad p_L : \text{低分組通過率}$$
試題鑑別度愈高，表示試題愈能有效區別能力不同的學生，也就是試題的品質愈佳。
- 九、 試題分析：試題分析提供教師或命題人員了解此題在測驗的內容及認知層次，並依據試題參數提供內容回饋的訊息。
- 十、 教學建議：依據試題內容的回饋，提供教師在有關此試題測驗的內容或主題關於教學上的建議。

# 參、試題品質分析

## 一、高中二年級正式施測題目試題品質分析

科別	年級						
數學	高中二年級						
試題內容	若 $x^3 = a(x-1)(x-2)(x-3) + b(x-1)(x-2) + c(x-1) + d$ ，則 $b+d$ 之值為何？ ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9						
評量指標	三、多項式 1.多項式的四則運算						
認知歷程向度	程序執行						
IRT 試題參數	a=0.95		b= 0.14		c=0.28		
古典理論 (CTT) 選項分析	選 項	1	2*	3	4	其他	通過率： 60.13
	選項率	.15	.60	.15	.09	.01	
	高分組	.01	.96	.02	.00	.00	鑑別度： 0.73
	低分組	.27	.23	.32	.16	.02	
試題品質 分析與建議	試題分析： 1. 應認出此為多項式的牛頓形式，依序代入 1、2、3 即可求得 $d$ 、 $c$ 、 $b$ ；用首項係數決定 $a$ 。 2. 若是展開等號右端比較係數，則相當繁複，從低分組的表現來看成功的機率不高。  教學建議： 1. 課綱中提及多項式的四種形式，學生應至少熟悉基本形式、牛頓形式和泰勒形式。						

科別	年級						
數學	高中二年級						
試題內容	<p>設 <math>y = 3^x</math> , <math>y = 2^x</math> , <math>y = (\frac{1}{2})^x</math> , <math>y = (\frac{1}{3})^x</math> 的圖形分別為下圖中的四條曲線，則 <math>y = 2^x</math> 的圖形為何？</p>  <p>① P ② Q ③ R ④ S</p>						
評量指標	四、指數與對數 2.指數函數及其圖形						
認知歷程向度	概念理解						
IRT 試題參數	a=1.51	b= -0.11		c=0.19			
古典理論 (CTT) 選項分析	選 項	1	2	3	4*	其他	通過率： 62.99
	選項率	.04	.07	.26	.63	.00	
	高分組	.00	.00	.03	.96	.00	鑑別度： 0.76
	低分組	.10	.18	.50	.21	.00	
試題品質 分析與建議	<p>試題分析：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>指數函數圖形的基本觀念。</li> <li>低分組學生多半能分辨遞增或遞減的圖形，但是無法分辨遞增速度與底數的關係。</li> </ol> <p>教學建議：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>從函數圖形與 y 軸的交點可知單位長，代入 <math>x=1</math> 至四個函數，即可判斷圖形。</li> </ol>						

科別	年級						
數學	高中二年級						
試題內容	<p>若 <math>\cos \theta = -0.5736</math>，則 <math>\theta</math> 的角度可能為下列何者？</p> <p>① <math>-55^\circ</math></p> <p>② <math>55^\circ</math></p> <p>③ <math>90^\circ</math></p> <p>④ <math>125^\circ</math></p>						
評量指標	五、三角函數 4.廣義角的三角函數						
認知歷程向度	概念理解						
IRT 試題參數	a=1.10		b= -0.26		c=0.11		
古典理論 (CTT) 選項分析	選 項	1	2	3	4*	其他	通過率： 62.31
	選項率	.15	.16	.06	.62	.00	
	高分組	.03	.02	.00	.95	.00	鑑別度： 0.78
	低分組	.29	.35	.17	.17	.01	
試題品質 分析與建議	<p>試題分析：</p> <p>1. 廣義角三角函數的基本概念，期望學生將正弦、餘弦的值與單位圓上的點做連結，至少了解正負號與象限的關係。</p> <p>教學建議：</p> <p>1. 確實連結正弦、餘弦的值與單位圓上的點坐標。</p>						

科別	年級						
數學	高中二年級						
試題內容	<p>若 <math>L: \begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ x - y - 2z = 5 \end{cases}</math> 和 <math>L': \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{a} = \frac{z+1}{b}</math> 均表示空間中同一條直線，則下列何者正確？</p> <p>① <math>a = -3</math></p> <p>② <math>a = -2</math></p> <p>③ <math>a = 2</math></p> <p>④ <math>a = 3</math></p>						
評量指標	七、空間中的直線與平面 6.空間直線方程式						
認知歷程向度	程序執行						
IRT 試題參數	a=0.91		b= 0.54		c=0.26		
古典理論 (CTT) 選項分析	選 項	1	2*	3	4	其他	通過率： 51.37
	選項率	.13	.51	.23	.13	.01	
	高分組	.02	.87	.07	.03	.00	鑑別度： 0.65
	低分組	.23	.22	.35	.20	.00	
試題品質 分析與建議	<p>試題分析：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>須了解直線的兩面式，以及從兩面式得到直線方向向量的算法：向量外積或解聯立方程式。</li> <li>算出方向向量之後還需用平行向量的觀念來解題。選項三是由這個步驟的錯誤產生，頗具有誘答力。</li> </ol> <p>教學建議：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>兩面式的觀念和外積的幾何意義有待加強。</li> <li>平行向量的觀念和係數積的作法也需加強。</li> </ol>						

科別	年級						
數學	高中二年級						
試題內容	<p>設一圓切 <math>y</math> 軸於 <math>(0, 5)</math>，且被 <math>x</math> 軸所截的弦長為 24，則此圓的面積為何？</p> <p>① <math>12\pi</math></p> <p>② <math>13\pi</math></p> <p>③ <math>144\pi</math></p> <p>④ <math>169\pi</math></p>						
評量指標	八、圓的方程式 2.圓與直線的關係						
認知歷程向度	解題思考						
IRT 試題參數	a=1.74		b=-0.29		c=0.16		
古典理論 (CTT) 選項分析	選 項	1	2	3	4*	其他	通過率： 67.39
	選項率	.06	.05	.21	.67	.00	
	高分組	.00	.00	.02	.97	.00	鑑別度： 0.81
	低分組	.16	.13	.55	.16	.00	
試題品質 分析與建議	<p>試題分析：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>要知道圓心和切線的關係，以及圓心和弦的關係，然後依題意畫圖，利用畢氏定理即可求出半徑。</li> <li>第三選項以弦長為直徑，對低分組具有誘答力，顯示其對切線觀念的缺乏。</li> <li>總體學生有 11% 選擇選項一或二，憂慮這些學生不知道圓的面積公式。</li> </ol> <p>教學建議：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>引導學生畫圖解題。</li> </ol>						



科別	年級						
數學	高中二年級						
試題內容	<p>有 2 個中國人，2 個日本人，3 個美國人排成一列。若同國籍者要排在一起，則有幾種排法？</p> <p>① 12</p> <p>② 24</p> <p>③ 72</p> <p>④ 144</p>						
評量指標	十、排列、組合 4.排列						
認知歷程向度	解題思考						
IRT 試題參數	a=1.18		b= -0.38		c=0.13		
古典理論 (CTT) 選項分析	選 項	1	2	3	4*	其他	通過率： 66.77
	選項率	.10	.09	.15	.67	.00	
	高分組	.00	.01	.00	.99	.00	鑑別度： 0.77
	低分組	.27	.21	.30	.22	.00	
試題品質 分析與建議	<p>試題分析：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 排列問題的基本題型之一。</li> <li>2. 低分組學生的表現顯示毫無頭緒。</li> </ol> <p>教學建議：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 基本的排列計算應無問題，但須落實乘法原理的綜合應用。</li> </ol>						

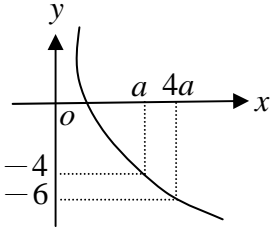
## 二、高職二年級正式施測題目試題品質分析

科別	年級						
數學	高職二年級						
試題內容	若 $x^2 + x - 1 = 0$ 的兩根為 $\alpha$ 與 $\beta$ ，且 $\alpha > \beta$ ，則 $\alpha - \beta$ 之值為何？ ① 1 ② 2 ③ $\sqrt{5}$ ④ $2\sqrt{5}$						
評量指標	三、方程式與不等式 1. 多項方程式						
認知歷程向度	程序執行						
IRT 試題參數	a=0.97		b= 1.08		c=0.28		
古典理論 (CTT) 選項分析	選 項	1	2	3*	4	其他	通過率： 46.13
	選項率	.16	.17	.46	.21	.00	
	高分組	.06	.04	.81	.10	.00	鑑別度： 0.67
	低分組	.29	.26	.14	.31	.00	
試題品質 分析與建議	試題分析： 1. 本題旨在測驗「方程式與不等式」主題中「多項方程式」的概念，認知層次屬於「程序執行」。 2. 本題可由根與係數的關係求解，亦可直接解方程式的兩根再求解，兩種方法難度相當，但都需要處理根數的運算，對低分組學生而言，這部分的精準度還不夠。低分組學生有超過三成選擇第四選項，可能是因為在算出兩根做減法時，同時處理根數與分數時發生錯誤。  教學建議： 2. 建議老師複習根號的四則運算。						

科別	年級						
數學	高職二年級						
試題內容	下列哪一點與點 $A(-2, 3)$ 在直線 $L: 2x + y + 3 = 0$ 的同一側？ ① $(-3, -1)$ ② $(-1, -2)$ ③ $(0, -4)$ ④ $(1, -3)$						
評量指標	三、方程式與不等式 2. 二元一次不等式的圖形						
認知歷程向度	概念理解						
IRT 試題參數	a=0.92	b= 0.41			c=0.15		
古典理論 (CTT) 選項分析	選 項	1	2	3	4* 其他	通過率： 49.30	
	選項率	.15	.21	.15	.49		.00
	高分組	.06	.05	.02	.87	.00	鑑別度： 0.75
	低分組	.23	.37	.27	.12	.00	
試題品質 分析與建議	試題分析： 1. 本題旨在測驗「方程式與不等式」主題中「二元一次不等式的圖形」的概念，認知層次屬於「概念理解」。 2. 低分組近九成的學生未選正確選項，顯示這些學生無法以作圖的方式判斷點所在的位置，亦無法將點代入直線方程式判斷是否同側。  教學建議： 1. 建議老師教學時多以坐標圖形來輔助，要求學生確實做直線方程式與點的作圖，觀察點與直線相對位置的關係。 2. 建議老師教學時應強調二元一次不等式的圖形與直線方程式代入點坐標的結果之間意義的連結。						

科別	年級						
數學	高職二年級						
試題內容	<p>關於三角函數的敘述，何者<u>錯誤</u>？</p> <p>① <math>\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin \theta</math></p> <p>② <math>\sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1</math></p> <p>③ <math>\cos(-\theta) = \cos \theta</math></p> <p>④ <math>\sin(-\theta) = \sin \theta</math></p>						
評量指標	五、三角函數及其應用 3.三角函數的基本性質						
認知歷程向度	概念理解						
IRT 試題參數	a=1.12	b= 1.51		c=0.10			
古典理論 (CTT) 選項分析	選 項	1	2	3	4*	其他	通過率： 23.10
	選項率	.21	.38	.18	.23	.00	
	高分組	.12	.26	.10	.52	.00	鑑別度： 0.48
	低分組	.27	.43	.26	.04	.00	
試題品質 分析與建議	<p>試題分析：</p> <p>1. 本題旨在測驗「三角函數及其應用」主題中「三角函數的基本性質」的概念，認知層次屬於「概念理解」。</p> <p>2. 本題涉及的數學知識有：(1) <math>\sin \theta</math> 與 <math>\cos \theta</math> 的餘角關係、(2) <math>\sec \theta</math> 與 <math>\tan \theta</math> 的減法型平方關係、(3) <math>\cos \theta</math> 的負角關係，與 (4) <math>\sin \theta</math> 的負角關係，其中 <math>\sec \theta</math> 與 <math>\tan \theta</math> 的減法型平方關係與教科書介紹的形式不同，學生要同時掌握這四個不同的概念才能正確回答本題，以學生的通過率來說，高職學生能同時掌握這四個概念的比例不到四分之一。</p> <p>教學建議：</p> <p>1. 建議老師藉由特殊角及直角坐標 <math>(x, y)</math> 在各象限的正負，引導學生理解基本三角函數的恆等性質。</p>						

科別	年級						
數學	高職二年級						
試題內容	<p>在<math>\triangle ABC</math>中，若<math>\vec{AB} = (-3, 2)</math>，<math>\vec{BC} = (x, -4)</math>，<math>\vec{CA} = (5, 2y)</math>，則數對<math>(x, y)</math>之值為何？</p> <p>① <math>(8, -1)</math>            ② <math>(-1, 8)</math>            ③ <math>(1, -2)</math>            ④ <math>(-2, 1)</math></p>						
評量指標	六、向量 2.向量的加減與實數積						
認知歷程向度	程序執行						
IRT 試題參數	a=1.40	b= 1.53	c=0.24				
古典理論 (CTT) 選項分析	選 項	1	2	3	4*	其他	通過率： 31.54
	選項率	.27	.18	.24	.32	.00	
	高分組	.21	.08	.12	.60	.00	鑑別度： 0.50
	低分組	.27	.29	.34	.10	.01	
試題品質 分析與建議	<p>試題分析：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 本題旨在測驗「向量」主題中「向量的加減與實數積」的概念，認知層次屬於「程序執行」。</li> <li>2. 低分組近九成的學生無法從題目的資訊中，將向量的合成與運算連結成算式以求出未知數。</li> </ol> <p>教學建議：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 建議老師教學時應加強說明向量的圖形合成與向量加減運算之間的關係。</li> <li>2. 例如本題中，學生透過向量表示出三角形，了解<math>\vec{AB} + \vec{BC} = -\vec{CA}</math>，或<math>\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = 0</math>。</li> </ol>						

科別	年級						
數學	高職二年級						
試題內容	<p>若對數函數 <math>f(x) = \log_t x</math> 之圖形如下圖所示，則 <math>t</math> 之值為何？</p>  <p>① <math>\frac{1}{3}</math></p> <p>② <math>\frac{1}{2}</math></p> <p>③ 2</p> <p>④ 3</p>						
評量指標	七、指數與對數及其運算 3.對數函數及其圖形						
認知歷程向度	解題思考						
IRT 試題參數	a=1.17	b= 1.51	c=0.35				
古典理論 (CTT) 選項分析	選 項	1	2*	3	4	其他	通過率： 43.29
	選項率	.21	.43	.25	.11	.00	
	高分組	.09	.72	.15	.03	.00	
	低分組	.35	.16	.30	.18	.00	
試題品質 分析與建議	<p>試題分析：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 本題旨在測驗「指數與對數及其運算」主題中「對數函數及其圖形」的概念，認知層次屬於「解題思考」。</li> <li>2. 低分組學生可能對對數函數的意義以及真數與函數圖形的關係都無法掌握，因此無法建立正確的關係式解出此題。</li> </ol> <p>教學建議：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 建議老師教學時強調真數、底數和對數的代數關係以及函數圖形的對應，避免將指數與對數的函數特性弱化成為數值大小的比較。</li> </ol>						

科別	年級						
數學	高職二年級						
試題內容	<p>已知圓 <math>C</math> 的圓心在 <math>y</math> 軸上，若 <math>L_1: 2x - y + 3 = 0</math> 及 <math>L_2: 2x - y - 7 = 0</math> 兩平行直線都與圓 <math>C</math> 相切，則圓 <math>C</math> 的圓心坐標為何？</p> <p>① <math>(0, -8)</math>            ② <math>(0, -2)</math>            ③ <math>(0, 2)</math>            ④ <math>(0, 8)</math></p>						
評量指標	八、圓與直線 2.圓與直線的關係						
認知歷程向度	解題思考						
IRT 試題參數	a=1.63		b= 1.06		c=0.32		
古典理論 (CTT) 選項分析	選 項	1	2*	3	4	其他	通過率： 45.35
	選項率	.12	.45	.27	.16	.00	
	高分組	.04	.79	.10	.07	.00	鑑別度： 0.60
	低分組	.21	.19	.39	.21	.00	
試題品質 分析與建議	<p>試題分析：</p> <p>1. 本題旨在測驗「圓與直線」主題中「圓與直線的關係」的概念，認知層次屬於「解題思考」。</p> <p>2. 低分組的學生可能無法依題目建立有效的圖像進行推理。</p> <p>教學建議：</p> <p>1. 建議老師在類似的試題教學時要求學生做圖解題。</p>						